

## Hausübung Mathematische Optimierung SS 2010

Die Ausarbeitung der gewählten Aufgaben ist spätestens bei Ablegung der mündlichen Prüfung abzugeben. Lesen Sie bitte unbedingt die Hinweise unter <http://www.opt.math.tu-graz.ac.at/~klinz/mathopt/haushinw.html>.

### 1. (Modellierungsaufgabe)

- (a) Formulieren Sie die folgende Problemstellung als lineares Programm.

Die Firma Larifari beliefert den Veranstalter eines großen Kinderfestes mit Jonglierbällen. Es sollen vollständige Sets von je 15 Bällen zusammengestellt werden. Vom Großhandel kann die Firma Larifari 3 verschiedene Typen von Packungen beziehen: Typ A enthält 3 Bälle, Typ B 4 Bälle und Typ C 6 Bälle. Beim Großhändler stehen zum Zeitpunkt des Eintreffens der Bestellung der Firma Larifari 55 Packungen vom Typ A, 225 Packungen vom Typ B und 100 Packungen vom Typ C zur Verfügung. Aufgrund der gebotenen Eile können nur diese Packungen verwendet werden und es kann auch keine Mehrfachbenutzung einer Packung (für mehr als ein Set) erfolgen. Der Veranstalter des Festes möchte die unter diesen Umständen maximal mögliche Anzahl an Sets erhalten.

- (b) Formulieren Sie die folgende Problemstellung als gemischt-ganzzahliges lineares Programm

Die Jungstudenten und WG-Genossen Stefan und Friedwart möchten sich die wichtigsten Hausarbeiten (Einkaufen, Kochen, Geschirrspülen und Waschen/Bügeln) so teilen, daß jeder der beiden genau zwei der vier Tätigkeiten übernimmt und zudem die insgesamt von den beiden zur Erledigung ihrer Tätigkeiten benötigte Zeit minimal ist. Aus der folgenden Tabelle ist der Zeitbedarf der beiden zur Verrichtung der einzelnen Tätigkeiten (in Stunden pro Woche) zu entnehmen.

	Einkaufen	Kochen	Geschirrspülen	Waschen/Bügeln
Friedwart	4,5	7,8	3,6	2,9
Stefan	4,9	7,2	4,3	3,1

### 2. (Teilweise praktische Aufgabe; erfordert den Einsatz eines Computers)

- (a) Wählen Sie ein Programmpaket, mit dessen Hilfe lineare Programme gelöst werden können. (Es steht Ihnen frei, entweder eines der bekannten Computeralgebraprogramme zu verwenden, die Pakete zur linearen Optimierung beinhalten, oder allgemeine Optimierungssoftware wie AMPL oder spezielle Pakete oder eines der Spezialprogramme für lineare Optimierung, z.B. QSOpt von William Cook et al.)
- (b) Beschreiben Sie wie man das von Ihnen ausgewählte Programm bzw. Programmpaket zur Lösung linearer Programm verwenden kann. Gehen Sie im Detail darauf ein, wie die Eingabe zu erfolgen hat, wie die Berechnung in Gang gesetzt wird und wie man die Ergebnisse erhält. Beschreiben Sie insbesondere welche Ergebnisse man sich anzeigen lassen kann und welche nicht. (Denken Sie an Zielfunktionswert, Wert der Entscheidungsvariablen, Endtableau und an reduzierte Kostenkoeffizienten.)
- (c) Demonstrieren Sie Ihre Antwort zu 2b an Hand der Lösung selbst gewählter linearer Programme aus der Übungssammlung. Es reicht, wenn Sie eines der Beispiele genau beschreiben (inklusive Beilage der Dateneingabe und der Befehlsabfolge), für den Rest reicht die Angabe des Ergebnisses. Wenn das Programm(paket) mit einer dieser Aufgaben nicht zurechtkommt, dann ist dies in Ihrer Antwort anzuführen und der Grund hierfür anzugeben.
- (d) Falls das ausgewählte Programm(paket) spezielle Features anbietet (z.B. direkte Behandlung unbeschränkter Variable, Verarbeitung beliebiger linearer Programme ohne Einschränkung auf eine Standardform möglich etc.), so führen Sie die wichtigsten davon an.

- (e) Nennen Sie etwaige zusätzliche Tools, die das Programm(paket) anbietet, die im Umfeld von linearen Programmen nützlich sind (z.B. Durchführung einzelner Basisschritte, Bestimmung des dualen linearen Programms etc.). Illustrieren Sie Ihre Antwort mit Beispielen. (Bei umfangreichen Paketen ist keine allumfassende Antwort zu diesem Teilpunkt erforderlich, eine Teilbeantwortung mit exemplarisch herausgegriffenen Beispielen reicht.)

3. (Karush-Kuhn-Tucker Bedingungen) Gegeben sei das Optimierungsproblem

$$\max -2x_1^2 - 2x_1x_2 - x_2^2 + 10x_1 + 10x_2$$

unter den Restriktionen

$$x_1^2 + x_2^2 \leq 5 \quad -3x_1 - x_2 \geq -6 \quad x_1, x_2 \geq 0.$$

- (a) Stellen Sie die KKT Bedingungen (notwendige Bedingungen 1. Ordnung) auf und bestimmen Sie alle Punkte, die diese Bedingungen erfüllen.
- (b) Wie verändern sich die KKT Bedingungen, wenn die Restriktionen  $\sin x_1^5 + \sqrt{x_1x_2} = 4$  und  $x_1^3 + 4x_2^2 = 34$  hinzugefügt werden? (Hier sind die erfüllenden Punkte nicht gefragt!)
- (c) Befinden sich unter den in (a) bestimmten Punkten lokale Optima?