

43. Lösen Sie das folgende lineare Programm mit dem dualen Simplexverfahren

$$\begin{aligned}
 \min \quad & 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 \\
 \text{unter} \quad & x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 \geq 6 \\
 & x_1 - x_2 + x_3 - x_4 \geq 10 \\
 & 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 - 6x_4 \geq 15 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.
 \end{aligned}$$

Wie ändert sich die Optimallösung, wenn die zusätzliche Restriktion  $x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 \leq 8$  eingeführt wird?

44. Lösen Sie mit Hilfe des dualen Simplexverfahrens:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & -x_1 - 2x_2 + 3x_3 \\
 \text{unter} \quad & x_1 + x_3 \geq 4 \\
 & x_2 - 2x_3 \geq 5 \\
 & 2x_1 - x_2 + 3x_3 \leq 1 \\
 & 0 \leq x_1 \leq 4, 0 \leq x_2 \leq 7, 0 \leq x_3 \leq 2.
 \end{aligned}$$

45. Dualität für lineare Programme mit Absolutbeträgen:

Bringen Sie ein lineares Programm, von der Art, wie sie im folgenden angegeben ist, in Standardform. Bestimmen Sie das duale Programm und vereinfachen Sie es.

- (a) ein lineares Programm, das in Standardform ist, außer dass die Variable  $x_1$  nicht vorzeichenbeschränkt ist und in der (zu maximierenden) Zielfunktion in der Form  $-|c_1 x_1|$  statt als Summand  $c_1 x_1$  auftritt;
- (b) ein lineares Programm in Standardform mit einer zusätzlichen Restriktion der Form  $|\alpha| \leq b$ , wobei  $\alpha$  eine lineare Funktion in den Variablen  $x_1, x_2, \dots$  (ohne konstantes Glied) und  $b$  eine Konstante ist.

46. Gegeben sei das lineare Programm

$$(P) \quad \max \{ c^t x \mid Ax \leq b, x \geq 0 \}.$$

- (a) Geben Sie ein Verfahren an zur Bestimmung einer dual zulässigen Basislösung.
- (b) Testen Sie dieses Verfahren an folgendem linearen Programm:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & x_1 - 2x_2 \\
 \text{unter} \quad & x_1 + x_2 \geq 3 \\
 & x_1 \leq 2 \\
 & x_2 \geq 2 \\
 & x_1 \geq 0
 \end{aligned}$$

- (c) Geben Sie für jede der folgenden Möglichkeiten ein konkretes Beispiel an:
  - i. (P) primal und dual zulässig,
  - ii. (P) primal zulässig, aber dual unzulässig,
  - iii. (P) primal unzulässig, aber dual zulässig,
  - iv. (P) primal und dual unzulässig.