

Mathematische Optimierung Übungsbeispiele SS 2009

27. Besitzt das folgende Restriktionensystem eine zulässige Lösung?

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + x_3 &\leq 3 \\ 2x_2 + 3x_3 &= 5 \\ x_1 - 2x_2 &\geq 4, \end{aligned}$$

wobei $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$.

28. a) Überlegen Sie sich eine möglichst einfache Möglichkeit, untere Schranken $l_j \leq x_j$ bei der Lösung linearer Programme zu berücksichtigen.

b) Lösen Sie mit der Methode aus (a):

$$\begin{aligned} \max \quad & 4x_1 + 3x_2 \\ \text{unter} \quad & x_1 + x_2 \leq 7 \\ & 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \\ & x_1 + 3x_2 \leq 15, \end{aligned}$$

wobei $x_1 \geq 2, x_2 \geq 1$.

29. Lösen Sie das lineare Programm

$$\begin{aligned} \max \quad & -x_1 + 2x_2 + x_3 \\ \text{unter} \quad & 3x_2 + x_3 \leq 120 \\ & x_1 - x_2 - 4x_3 \leq 80 \\ & -3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 100 \\ & x_2 \geq 0, x_1, x_3 \text{ frei.} \end{aligned}$$

Wie ändert sich die Lösung, wenn nur x_1 eine freie Variable ist? Wie ändert sich die Lösung, wenn alle drei Variablen frei sind?

30. Lösen Sie $\max -5x_1 + 3x_2 + 2x_3$ unter den Restriktionen

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 &\leq 13 \\ -x_1 + x_2 + x_3 &\leq 9 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 &\leq 12 \end{aligned}$$

wobei $0 \leq x_1, x_2, x_3 \leq 5$.

31. Bestimmen Sie eine möglichst gute Näherungslösung des Gleichungssystems

$$\begin{aligned} x_1 &= 1 \\ x_2 &= 1 \\ x_1 + x_2 &= 4 \end{aligned}$$

mithilfe eines linearen Programms.

32. Demonstrieren Sie die Simplexinterpretation des Simplex-Verfahrens anhand des folgenden linearen Programms:

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + x_2 \\ \text{unter} \quad & \frac{1}{2}x_1 + x_2 \leq 2 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Hinweis: Bringen Sie dazu das lineare Programm zuerst auf die Form

$$\{\min c'x \mid Ax = b, e'x = 1, x \geq 0\}$$

mit $e = (1, \dots, 1)$.