

Mathematik I M WM Übungen WS 2010/11

9. Übungsblatt

54. Führen Sie auf rechnerischem Wege eine Kurvendiskussion der Funktion

$$y = \frac{(x+1)^3}{2(x-1)^2}$$

durch. Bestimmen Sie dabei den Definitionsbereich, alle Nullstellen und Extremstellen (inkl. deren Typ), das Monotonieverhalten (Begründung!) und geben Sie alle Asymptoten an.

55. Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = x(\ln x)^2$$

- (a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich und die Nullstellen.
- (b) Berechnen Sie alle lokalen Extremstellen im Inneren des Definitionsbereichs und stellen Sie fest, ob ein Maximum oder Minimum vorliegt.
- (c) Berechnen Sie alle Wendepunkte der Funktion $f(x)$.
- (d) Bestimmen Sie das Verhalten der Funktion am Rande des Definitionsbereichs.

56. Entwickeln Sie die Funktion

$$f(x) = \ln(\sqrt{1+x^2})$$

in eine Taylorreihe um den Punkt $x_0 = 0$ mit Gliedern bis einschließlich 5. Ordnung.

57. Entwickeln Sie $f(x) = 1 + x \sin(x^2)$ nach der Taylor'schen Formel um $x_0 = 0$ bis zu Potenzen dritter Ordnung und berechnen Sie näherungsweise $f(\frac{1}{2})$.

58. Entwickeln Sie die folgenden Ausdrücke um den Punkt $x_0 = 0$ nach Potenzen von x :

- (a) $\frac{1}{x^2 + 4}$,
- (b) $\sqrt{16 + x}$,

59. Man ermittle die folgenden Integrale:

$$(a) \int \frac{1}{(x^2 + x + 1)^2} dx \quad (b) \int \frac{x^2 - 3x + 2}{x(x^2 + 2x + 1)} dx \quad (c) \int \frac{7e^{3x} - 10e^{2x} + 37e^x}{e^{3x} - 3e^{2x} + 9e^x + 13} dx$$

60. Berechnen Sie die Partialbruchdarstellung der rationalen Funktionen

$$\frac{x^3 + x^2 - 6x - 8}{x^2 + 2x - 3}$$

und

$$\frac{x^5 + 4x^4 - 6x^3 - 36x^2 - 27x + 12}{(x^2 - 9)(x^2 + 4x + 3)}$$

61. Bestimmen Sie den Ansatz für die Partialbruchzerlegung der folgenden rationalen Funktion (die auftretenden Koeffizienten sollen nicht berechnet werden !):

- (a) $\frac{x^6}{(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 1)^2(x + 3)}$
- (b) $\frac{x^3 + 3x^2 - 4}{(x^2 + 2x + 2)^2(x^2 + 2x + 1)^2}$
- (c) $\frac{x^3 - 4x + 2}{(x - 2)(x - 4)}$