

Mathematik I M WM Übungen WS 2010/11

7. Übungsblatt

42. Bestimmen Sie den Wert der Reihen

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-3} 3^{-n}$

(b) $\sum_{k=3}^{\infty} \frac{-2}{k^2 - 2k}$

43. Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten der folgenden Reihen in Abhängigkeit von $x \in \mathbb{R}$:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{2^n(n+1)}$

(b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{k}}{2k+7} (x-5)^k$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2}{5} \left(x + \frac{1}{2}\right)^n.$

44. Man bestimme die Konvergenzradien der folgenden Potenzreihen:

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n!}{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n+1)} \right)^2 (x+1)^n,$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{4n}} (x-3)^n,$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{6^n}(n^4+4)}{n} x^n,$

(d) $\sum_{n=0}^{\infty} (2 + (-1)^n)^n x^n$

45. Geben Sie die Reihenentwickeln der Funktionen

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 7x + 12}$$

und

$$f(x) = \frac{e^x}{1-x}$$

um den Nullpunkt an!

46. Ist die Funktion $f(x) = x^2|x|$ im Intervall $-1 \leq x \leq 1$ differenzierbar?

47. Differenzieren Sie die Funktionen

(a) $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{a+bx}}$

(b) $f(x) = \arcsin \sqrt{\frac{\cos 4x}{\cos^3 x}}$

(c) $f(x) = x^x$