

Mathematik I M WM Übungen WS 2010/11

6. Übungsblatt

36. Man gebe, falls möglich, stetige Ergänzungen der folgenden Funktionen in den jeweils angegebenen Punkten an:

$$(a) f(x) = \frac{4 - x^2}{3 - \sqrt{x^2 + 5}}, \quad \xi = \pm 2 \quad (b) f(x) = \frac{3x^2 - x - 2}{(x - 1)^2}, \quad \xi = 1$$

37. Für welche Wahl von $a, b \in \mathbb{R}$ ist die folgende Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig?

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 + e^{1-x} & \text{falls } x \leq 1 \\ ax + x^2 & \text{falls } 1 \leq x \leq 3 \\ bx^2 + x & \text{sonst} \end{cases}$$

38. Untersuchen Sie die Reihen

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{\sqrt{5n-4}} \quad ?$$

und

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - n}{5^n}$$

auf (absolute) Konvergenz!

39. Bestimmen Sie das Konvergenzverhalten der folgenden Reihen:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2 6^n (n+1)}{(3n)!}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 8n - 5}{13n^2 - 6n + \sin(n\sqrt{\pi})}$$

$$(b) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{4}{\frac{5}{2} - (-1)^k k}$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 + (-1)^{3n}}{2^{n-3}}$$

40. Man untersuche die folgenden Reihen auf Konvergenz:

$$(a) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{2n^2 - 4}} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n! 6^n} \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{\sqrt{n^3+5}} \quad (d) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\binom{6k}{5k}}$$

41. Für welche a konvergiert die Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{a^{2k}}{(3 + a^2)^{k-1}}$$

und was ergibt die jeweilige Summe?