

Mathematik I M WM Übungen WS 2010/11

2. Übungsblatt

11. Zeigen Sie mit vollständiger Induktion

$$\sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2).$$

12. Beweisen Sie mit vollständiger Induktion:

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{(3k-1)(3k+2)} = \frac{n}{6n+4}$$

13. Lösen Sie folgende Gleichungen über den komplexen Zahlen. Geben Sie jeweils Real- und Imaginärteil der Lösung an.

(a) $\frac{(1+2i)z+9}{(3+4i)z-(9+4i)} = 8-5i,$

(b) $z^2 = 3-4i,$

(c) $z^2 - 7z + (13-i) = 0.$

14. Beweisen Sie für alle $n, m, k \in \mathbb{N}$:

$$\binom{n}{m} \binom{m}{k} = \binom{n}{k} \binom{n-k}{m-k}$$

und

$$\binom{n+1}{3} - \binom{n-1}{3} = (n-1)^2.$$

15. Untersuchen Sie, welche Teilmenge von \mathbb{C} durch

$$\left| \frac{z-1-i}{z-2} \right| = 1$$

festgelegt wird und stellen Sie sie graphisch in der Gauß'schen Zahlenebene dar.

16. Ermitteln Sie jene Punktmenge in \mathbb{C} , die durch die Ungleichungen

$$z\bar{z} < 3(z+\bar{z}) \quad \text{und} \quad \operatorname{Re} z > 0$$

festgelegt wird und stellen Sie sie graphisch in der Gauß'schen Zahlenebene dar.