

Name:

Matrikelnr./Kennzahl:

Mathematik 0 am 25. Oktober 2008

Aufgabe:	1	2	3	4	5	6
Punkte:	4	4	8	3	6	5
						= Punkte

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!

1. Bestimmen Sie mit einer Wahrheitstabelle, ob der logische Ausdruck

$$(\neg b \rightarrow \neg a) \rightarrow ((\neg b \rightarrow a) \rightarrow b)$$

immer wahr, immer falsch oder abhängig von den Variablen wahr oder falsch ist.

2. Gegeben seien die Funktionen f und g mit

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} & g: \mathbb{R} \setminus \{1\} &\rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) &= x^2 + x & g(x) &= \frac{1}{x-1}. \end{aligned}$$

Bilden Sie (falls möglich) die Funktionen $f \circ g$ und $g \circ f$.

3. Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt

$$\frac{1}{|x-2|} \geq \frac{4x+5}{x-3} \quad ?$$

4. Beweisen Sie für alle $n, m, k \in \mathbb{N}$:

$$\binom{n}{m} \binom{m}{k} = \binom{n}{k} \binom{n-k}{m-k}.$$

5. Zeigen Sie mit vollständiger Induktion

$$\sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2).$$

6. Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, die die folgende Gleichung erfüllen und stellen Sie diese in Polarkoordinaten dar!

$$(z+i)(z+2) + 2 - 3z = \frac{z^3 + i - z^2}{z-i}$$