

Name:

Matrikelnr./Kennzahl:

Mathematik I am 31. Jänner 2009
(Gruppe A)

<i>Aufgabe:</i>	1	2	3	2. Teil
<i>Punkte:</i>	5	5	5	15
				= Punkte

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!

1. Untersuchen Sie die rekursiv durch

$$a_{n+1} = -1 + \sqrt{10 + 2a_n} \quad a_0 = 0$$

gegebene Folge auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert!

2. Bestimmen Sie eine Basis des Lösungsraums des Gleichungssystems $Ax = 0$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -9 & 6 & 3 \\ 4 & -6 & 4 & 2 \\ 2 & -3 & 4 & -2 \\ -2 & 3 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

3. Bestimmen Sie alle Lösungen der Differentialgleichung

$$yy' = 2y - x$$

Beantworten Sie die folgenden Fragen und geben Sie eine kurze Begründung Ihrer Antwort!

1. [3 Punkte] Geben Sie alle komplexen Lösungen der Gleichung $z^3 - i = 0$ an.
2. [2 Punkte] Sind die beiden folgende Aussagen richtig oder falsch?
 - (a) Wenn die Folge (a_n) konvergiert, konvergiert dann die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$?
 - (b) Wenn die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergiert, konvergiert dann die Folge (a_n) ?
3. [3 Punkte] Für $-1 \leq x \leq 1$ sei $f(x) = e^{|x|}$.
 - (a) Ist $f(x)$ in $(-1, 1)$ differenzierbar?
 - (b) Ist $f(x)$ in $[-1, 1]$ stetig?
 - (c) Ist $f(x)$ in $[-1, 1]$ integrierbar?
4. [1 Punkt] Folgt aus $f'(x_0) = 0$, dass f in x_0 ein lokales Extremum besitzt?
5. [1 Punkt] Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Wann existiert die Umkehrabbildung f^{-1} zu f ?
6. [1 Punkt] Hat jedes lineare, homogene Gleichungssystem eine Lösung?
7. [1 Punkt] Können Sie 3 linear unabhängige Vektoren im \mathbb{R}^2 angeben?
8. [1 Punkt] Wie sieht die allgemeine Lösung einer linear inhomogenen Differentialgleichung 1. Ordnung aus?
9. [2 Punkte] Was bedeutet, dass die Matrizenmultiplikation nicht kommutativ ist? Geben Sie ein Beispiel an!