

Mathematik I M WM Übungen 9. Übungsblatt

66. Bestimmen Sie für die Funktion

$$f(x) = \frac{x}{x+1} + \ln|x-1|$$

den Definitionsbereich, das Monotonieverhalten, lokale und globale Extrema, das Krümmungsverhalten und fertigen Sie eine Skizze an!

67. Berechnen Sie folgende Grenzwerte:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0^+} x \left(\frac{\sin(x)-x}{\ln(x)x(\cosh(x)-1)} \right)$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-2} \right)^{2x}$$

68. Entwickeln Sie die Funktion

$$f(x) = \arctan \frac{2-2x}{1+4x}$$

um $x_0 = 0$ in eine Potenzreihe bis einschließlich der Glieder zweiter Ordnung.

69. Entwickeln Sie

$$f(x) = \ln(1-x+x^2)$$

in eine Taylorreihe um $x_0 = 0$ (bis zur Potenz 3. Grades).

70. Entwickeln Sie $f(x) = 1 + x \sin(x^2)$ nach der Taylor'schen Formel um $x_0 = 0$ bis zu Potenzen dritter Ordnung und berechnen Sie näherungsweise $f(\frac{1}{2})$.

71. Man ermittle die folgenden unbestimmten Integrale:

$$(a) \int \left(x^3 + \frac{2}{x} + e^{2x} - \sinh x \right) dx$$

$$(b) \int \frac{dx}{\sqrt{x-1} - \sqrt{x-2}} \quad (c) \int x^2 e^{-x^3} dx$$

$$(d) \int \frac{2x^5 - x^4 + 8x^3 + 15x^2 + 20x - 8 dx}{x^4 + 2x^2 + 8x + 5}$$

$$(e) \int \frac{\ln x dx}{x(\ln^2 x - \ln x + 1)} \quad (f) \int \frac{\exp(x) - 1}{\exp(x) + 1} dx$$

$$(g) \int \frac{\sinh(x) dx}{1 + e^{2x}}$$

$$(h) \int x^2 \cos(3x) dx \quad (i) \int 4x^2 \ln(2x) dx$$

$$(j) \int \frac{\arctan x}{(1+x)^2} dx$$

$$(k) \int \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x} dx \quad (l) \int \frac{2 \cos x - \sin x}{\cos x + 2 \sin x} dx$$