

## Mathematik I M WM Übungen 8. Übungsblatt

59. Differenzieren Sie die Funktionen

$$(a) f(x) = \frac{x}{\sqrt{a+bx}} \quad (b) f(x) = \arccos \sqrt{\frac{\cos 3x}{\cos^3 x}} \quad (c) f(x) = \ln \sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}$$

$$(d) f(x) = \tan \sqrt{2 - \sin^2 x} \quad (e) g(x) = \sqrt[x]{x}$$

60. Berechnen Sie die Grenzwerte

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \ln((e^x - e^{-x})e^{x-1}) \quad (b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x}{1 - x + \ln x} \quad (c) \lim_{x \rightarrow \infty} 3^{\left(\frac{2 \arctan x}{\pi}\right)^x}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} (4^x - 2) \tan(\pi x) \quad (e) \lim_{x \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{\arcsin x - \frac{\pi}{3}}{4x^2 - 3} \quad (f) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{\ln(1+x+x^2)} \right)$$

61. Gegeben sei die Funktion:

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x^2 & |x| \geq 2 \\ -\frac{4}{|x|} & |x| < 2 \end{cases}$$

- (a) Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich!
- (b) Für welche  $x \in \mathbb{R}$  ist die Funktion stetig bzw. differenzierbar? Geben Sie gegebenenfalls den Wert der Ableitung an!
- (c) Bestimmen Sie die Grenzwerte der Funktion am Rande des Definitionsbereiches (auch  $\pm\infty$ ).

62. Bestimmen Sie für die Funktion

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$$

- (a) den maximalen Definitionsbereich und die maximalen Monotonie- und Konvexitätsintervalle.
- (b) Besitzt diese Funktion lokale bzw. globale Extrema? Wenn ja, dann geben Sie alle Extrema an.
- (c) Untersuchen Sie das Verhalten der Funktion am Rande des Definitionsbereiches (auch  $\pm\infty$ ).

63. Bestimmen Sie für die Funktion

$$f(x) = \frac{x+2}{e^x+1}$$

- (a) die lokalen Extrema,
- (b) sowie die Asymptoten für  $x \rightarrow \infty$  und  $x \rightarrow -\infty$ .

64. Gegeben sei die Funktion  $f(x) = e^{-\frac{x}{2}} \sqrt{x+1}$ . Man bestimme

- (a) Definitionsbereich und Nullstellen,
- (b) Extrema
- (c) sowie Konvexitäts- und Konkavitätsbereiche.

65. Bestimmen Sie von der Funktion

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 5}}$$

- (a) Definitionsbereich und Nullstellen,
- (b) Extrema
- (c) sowie das Verhalten (links- bzw. rechtsseitiger Grenzwert, sofern existent) von  $f$  und  $f'$  an den Grenzen des Definitionsbereich (auch  $\infty$ ).