Name: **Matrikelnr./Kennzahl:**

Mathematik I Übungsklausur am 21. November 2008

(Gruppe B)

Aufgabe:	1	2	3	4		
Punkte:	5	5	6	4		
					=	*Punkte*

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!

1. (a) Skizzieren Sie die Menge aller komplexen Zahlen in der Gauß'schen Zahlenebene, die folgende Bedingungen erfüllen:

$$z\bar{z} + 3z = -3\bar{z} \qquad \text{und} \qquad \mathrm{Re}(z) \leq \mathrm{Im}(z).$$

(b) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, die die folgende Gleichung erfüllen!

$$(1-i)z^2 - 3z - 5iz - 16 + 2i = 0$$

2. Die Punkte

$$A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix},$$

definieren eine Ebene E.

(a) Geben Sie die Ebenen E paramterfrei an!

(b) Welche Punkte auf der Geraden

$$g : X = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

haben von der Ebene E einen Abstand von 3?

3. Untersuchen Sie die folgenden Folgen auf Konvergenz und geben Sie gegebenenfalls den Grenzwert an:

(a) $a_n = \dfrac{n^2+1}{2\binom{n}{2}} + \dfrac{2}{\sqrt{n^3}} \sin^3\left(\dfrac{3n^2}{\pi}\right)$

(b) $a_n = \sqrt[n]{\dfrac{2n^2 + (-1)^n n}{3}}$

4. Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \sin(2x) + \left(-1 - \frac{2}{\sqrt{3}}\right) \cos(x) + \cot(x) = 0$$