

Name:

Matrikelnr./Kennzahl:

**Mathematik I Übungsklausur am 21. November 2008**  
(Gruppe A)

Aufgabe:	1	2	3	4
Punkte:	5	5	6	4
	= Punkte			

**Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!**

1. (a) Skizzieren Sie die Menge aller komplexen Zahlen in der Gauß'schen Zahlenebene, die folgende Bedingungen erfüllen:

$$z\bar{z} + 5z = -5\bar{z} \quad \text{und} \quad \operatorname{Re}(z) \geq \operatorname{Im}(z).$$

- (b) Bestimmen Sie alle  $z \in \mathbb{C}$ , die die folgende Gleichung erfüllen!

$$(1 + i)z^2 + 4z - 6iz - 5 - 15i = 0$$

2. Die Punkte

$$A = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix},$$

definieren eine Ebene  $E$ .

- (a) Geben Sie die Ebenen  $E$  parameterfrei an!  
(b) Welche Punkte auf der Geraden

$$g : X = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

haben von der Ebene  $E$  einen Abstand von 3?

3. Untersuchen Sie die folgenden Folgen auf Konvergenz und geben Sie gegebenenfalls den Grenzwert an:

(a)  $a_n = \frac{n^2 + 4}{3 \binom{n}{2}} + \frac{3}{\sqrt{n^3}} \cos^3\left(\frac{4n^2}{\pi}\right)$

(b)  $a_n = \sqrt[n]{\frac{3n^2 + (-1)^n n}{4}}$

4. Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sin(2x) + \cot(x) - (1 + \sqrt{2}) \cos(x) = 0$$