Diskrete Mathematik SS 2012

4. Übungsblatt

22. Zeigen Sie: Sei $G = (V, E)$ ein Graph und $M \subseteq E$ ein Matching in G. Dann gibt es ein Matching M' mit maximaler Kardinalität, das alle von M gematchten Knoten matcht.

23. Zeigen Sie: Sei $G = (V, E)$ ein Graph und M_1, M_2 zwei maximale Matchings bezüglich Inklusion. Dann gilt $|M_1| \leq 2|M_2|$.

24. Beweisen oder widerlegen Sie: Enthält ein zusammenhängender, drei-regulärer Graph ein perfektes Matching, so enthält er auch einen Hamiltonschen Kreis!

25. Beweisen oder widerlegen Sie: Ein Baum enthält höchstens ein perfektes Matching!

26. Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Eine Zusammenhangskomponente V_i von G heißt ungerade Komponente, wenn $|V_i|$ ungerade ist. Mit $\mathrm{oc}(G)$ bezeichnet man die Anzahl der ungeraden Komponenten von G. Zeigen Sie dass für alle Mengen $S \subseteq V$ und alle Matchings M in G

$$|M| \leq \frac{1}{2}\left(|V| - \mathrm{oc}(G[V \setminus S]) + |S|\right).$$

gilt.

27. Zeigen Sie: Sei $r \geq 1$ und $G = (A \cup B, E)$ ein r-regulärer bipartiter Graph. Dann lässt sich die Kantenmenge E in r disjunkte perfekte Matchings partitionieren.

28. Beweisen oder widerlegen Sie: Enthält ein drei-regulärer Graph einen Hamiltonschen Kreis, so können die Kanten mit drei Farben gefärbt werden!