

Diskrete Mathematik SS 2012

11. Übungsblatt

62. Finden Sie die erzeugenden Funktionen für die nachstehenden Folgen. Bitte geben Sie sie in geschlossener Form an, nicht als unendliche Reihe!

(a) $1^3, 2^3, 3^3, \dots$, d.h. $a_k = (1+k)^3, k \in \mathbb{N}_0$, (b) $1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, \dots$

63. Sei a_n die Anzahl von geordneten Tripeln (i, j, k) ganzer Zahlen, so dass $i \geq 0, j \geq 1$ und $k \geq 1$ und $i + 3j + 2k = n$. Finden Sie die erzeugende Funktion der Folge (a_0, a_1, a_2, \dots) und bestimmen Sie eine Formel für a_n .

64. Bestimmen Sie die Anzahl y_n der Wörter der Länge n über dem Alphabet $\{a, b, c\}$, die eine gerade Anzahl a 's und eine ungerade Anzahl b 's enthalten.

Hinweis: Zeigen Sie, dass dieses Beispiel auf die Rekursion $y_n = 3^{n-1} - y_{n-1}$ führt und lösen Sie diese!

65. Bestimmen Sie die Koeffizienten a_k folgender erzeugenden Funktionen $A(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$:

(a) $A(x) = \frac{2x-1}{x^2-x-6}$

(b) $A(x) = \frac{x-14}{x^2-x-2}$

66. Bestimmen Sie die erzeugende Funktion $A(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ zur Folge

$$a_k = 4a_{k-1} - 4a_{k-2}$$

und $a_0 = 1, a_1 = 3$.

67. Bestimmen Sie die Lösung der Rekursionen

(a) $a_{n+2} - 6a_{n+1} + 9a_n = 2^n$ für $n \geq 0$ und $a_0 = 1, a_1 = 1$

(b) $a_{n+1} = 2a_n + n$ für $n \geq 0$ und $a_0 = 1$

68. Gegeben sei die Rekursion $a_{n+1} = 3a_n + 4 \cdot 2^n$ für alle $n \geq 0$ mit $a_0 = 0$. Geben Sie eine geschlossene Form für die Folge a_n an!