

## Diskrete Mathematik, SS 2010, 3. Übungsblatt

25. Bestimmen Sie für den Radgraph  $G$  mit 5 Knoten (sh. Abbildung 4)

- (a) die Adjazenzmatrix von  $G$ ;
- (b) die Anzahl der Spannbäume mit Hilfe des Matrix-Baum-Satzes;
- (c) die Anzahl Wanderungen der Länge 4 von Knoten 1 zu Knoten 3.

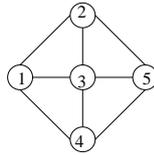


Abbildung 4: Rad mit 5 Knoten

26. Zeigen Sie, dass der vollständige bipartite Graph  $K_{m,n}$   $m^{n-1}n^{m-1}$  Spannbäume hat.

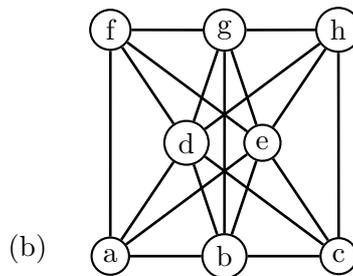
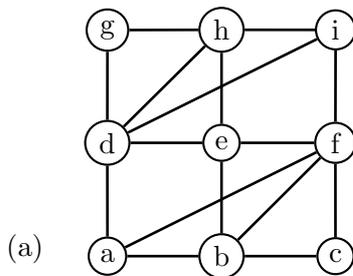
27. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

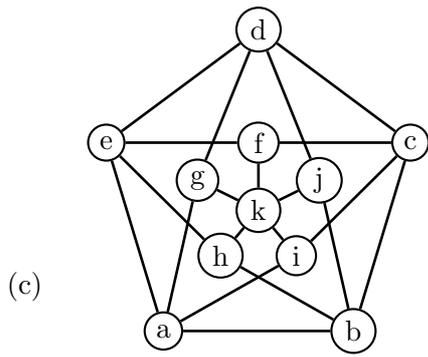
- (a) Sei  $G = (V, E)$  ein bipartiter Graph, dann gilt  $|E| \leq |V|^2$ .
- (b) Jeder zusammenhängende, planare,  $k$ -reguläre Graph  $G = (V, E)$  besitzt  $\frac{4+(k-2)|V|}{2}$  Flächen.
- (c) Sei  $G = (V, E)$  ein Graph mit  $|V| \geq 13$  und  $G^c$  der Komplementgraph von  $G$ . Dann sind entweder  $G$  oder  $G^c$  nicht planar.
- (d) Ein vollständiger 3-partiter Graph  $K_{r,s,t}$  ist ein 3-partiter Graph mit  $|V_1| = r$ ,  $|V_2| = s$ ,  $|V_3| = t$  und jeder Knoten in  $V_i$  ist mit jedem Knoten in  $V_j$  für  $i \neq j$  verbunden. Für jedes  $n \geq 1$  ist der vollständige 3-partite Graph  $K_{n,2n,3n}$  Hamiltonsch, aber  $K_{n,2n,3n+1}$  ist nicht Hamiltonsch.
- (e) Jeder zusammenhängende, 5-reguläre, planare Graph  $G = (V, E)$  erfüllt  $|V| \geq 12$

28. Sei  $G = (V, E)$  ein  $k$ -regulärer, ebener Graph mit 9 Knoten und 11 Flächen. Bestimmen Sie  $k$ ! Können sie den Graphen  $G$  bestimmen?

29. Beweisen Sie, dass es nur 5 platonische Körper gibt!

30. Bestimmen Sie, welche der folgenden Graphen planar sind. Geben Sie ggf. eine planare Einbettung an oder zeigen Sie, dass es einen  $K_{3,3}$  oder  $K_5$  als (topologischen) Minor gibt!





31. Sei  $T = (V, E)$  ein Baum. Zeigen Sie, dass es  $k(k-1)^{n-1}$  Möglichkeiten gibt, die Knoten von  $T$  mit  $k$  Farben zulässig zu färben ( $|V| = n$ ). Hinweis: Vollständige Induktion.