

## Analysis 1, WS 2007/2008, 8. Übungsblatt

49. Für die nachstehenden Funktionen ist zu jedem  $\epsilon > 0$  ein  $\delta_\epsilon > 0$  so zu bestimmen, dass aus  $|x - x_0| \leq \delta_\epsilon$  die Beziehung  $|f(x) - f(x_0)| \leq \epsilon$  folgt. Der Definitionsbereich der Funktion  $f$  wird hier mit  $D(f)$  bezeichnet.

$$(a) f(x) = \frac{1}{x} \quad D(f) = (0, \infty) \quad (b) f(x) = \sqrt{4 + x^2} \quad D(f) = \mathbb{R}$$

50. Man gebe, falls möglich, stetige Ergänzungen der folgenden Funktionen in den jeweils angegebenen Punkten  $\xi$  an:

$$(a) f(x) = \frac{4 - x^2}{3 - \sqrt{x^2 + 5}}, \quad \xi = \pm 2 \quad (b) f(x) = \frac{3x^2 - x - 2}{(x - 1)^2}, \quad \xi = 1$$

51. Man untersuche, ob die folgenden Grenzwerte von Funktionen existieren und bestimme sie im Fall der Existenz:

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x - 1}{x^2 - 1}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x} \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x^2}$$

52. Führen Sie für die angegebenen Funktionen folgende Untersuchungen durch:

- Wie groß ist der maximale Definitionsbereich  $D(f)$ ?
- Wo ist  $f$  unstetig, rechts-unstetig, links-unstetig? Bestimmen Sie den Stetigkeitsbereich  $S(f)$ .
- Bestimmen Sie die Häufungspunkte von  $S(f)$  (inkl. uneigentliche Häufungspunkte). Besitzt  $f$  an den Häufungspunkten Grenzwerte, eventuell auch einseitige?
- Lässt sich  $f$  irgendwo stetig ergänzen?

$$(a) f(x) = \frac{3|x^2 - 4|}{3(x - 2)}, \quad (b) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \text{falls } x > 2 \\ x^2 - \frac{7}{2} & \text{falls } -1 \leq x \leq 2 \\ \frac{5}{2x} & x < -1 \end{cases}$$