

Name:

Matrikelnr./Kennzahl:

**Analysis I Übungsklausur**  
**30. November 2007**

<i>Aufgabe:</i>	1	2	3	4	
<i>Punkte:</i>	4	3	4	1	
				=	<i>Punkte</i>

**Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!**

1. Sei  $(X, d)$  ein metrischer Raum. Zeigen Sie, dass auch

$$d^*(x, y) = \min\{1, d(x, y)\}$$

eine Metrik auf  $X$  ist.

2. Man untersuche die folgende Folge auf Konvergenz und bestimmen gegebenenfalls den Grenzwert:

$$a_{n+1} = \frac{2}{3 - a_n} \quad \text{wobei } a_1 = 0.$$

3. Gegeben sei die folgende Reihe:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\binom{n+1}{p}}.$$

- (a) Ist die Reihe für  $p = 1$  konvergent?  
(b) Ist die Reihe für  $p = 1$  absolut konvergent?  
(c) Ist die Reihe für  $p = 2$  absolut konvergent?
4. Die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sei definiert durch:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^4 - 10x^2 + 9}{x^2 - 4x + 3} & \text{falls } x \neq 1, x \neq 3 \\ A & \text{falls } x = 1 \\ B & \text{falls } x = 3. \end{cases}$$

Können  $A$  und  $B$  so gewählt werden, dass  $f$  auf  $\mathbb{R}$  stetig ist?