

Name:

Matrikelnr./Kennzahl:

## Analysis II Übungsklausur

25. Juni 2010

Aufgabe:	1	2	3	4
Punkte:	6	4	6	4
				= Punkte

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!

1. Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  durch

$$f(x, y, z) = x^2 + yz - y^2 + z^2.$$

Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Extrema (inkl. Typ) im Bereich  $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$ .

2. Bestimmen Sie alle singulären Kurvenpunkte und deren Klassifikation sowie alle lokalen Extrema in Richtung der  $y$ -Achse und deren Typ der implizit gegebenen Kurve

$$x(x^2 - 12) - 2(y^2 - 8) = 0$$

Berechnen Sie auch die Tangente der Kurve im Punkt  $P = (0, y_p)$  wobei  $y_p > 0$ !

3. Gegeben sei die Funktion

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^6 + y^5}{x^4 + y^4} & \text{für } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- (a) Ist die Funktion im Ursprung stetig?  
(b) Ermitteln Sie die partiellen Ableitungen im Ursprung!  
(c) Bestimmen Sie die Richtungsableitung im Ursprung in Richtung von  $v = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^t$   
(d) Ist  $f$  total differenzierbar?
4. Gegeben ist die Raumkurve

$$C(t) = \begin{pmatrix} 1 - t \\ 2\sqrt{t} \\ \frac{1}{3}t^{\frac{3}{2}} \end{pmatrix}$$

- (a) Berechnen Sie die Bogenlänge von  $(1, 0, 0)$  nach  $(-3, 4, \frac{8}{3})$   
(b) Berechnen Sie

$$\int_C (x^2(1 - y)) dx + \left(y - \frac{x^3}{3}\right) dy + z dz$$

wobei  $C$  wieder von  $(1, 0, 0)$  nach  $(-3, 4, \frac{8}{3})$  verläuft.