

## Analysis 2, SS 2008, 14. Übungsblatt

63. Es sei

$$I := \int_{x=-1}^1 \int_{y=-2|x|}^0 (y + \sin x) dy dx$$

- (a) Berechnen Sie den Wert des Integrals!
- (b) Vertauschen Sie in  $I$  die Integrationsreihenfolge!

64. Gegeben sei die Fläche

$$f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq x + 1, y \geq (x - 1)^2\}$$

Bestimmen Sie den Flächeninhalt von  $F$

65. Man berechne

$$\iiint_B f(x, y, z), dx dy dz$$

wobei

- (a)  $B$  durch  $x^2 + y^2 = 2z$  und  $z = 2$  begrenzt wird und  $f(x, y) = x^2 + y^2$ .
- (b)  $B = \{(x, y, z) : |x| + |y| + |z| \leq 1\}$  und  $f(x, y, z) = 1$ .
- (c)  $B = \{(x, y, z) : |x| + |y| + |z| \leq 1\}$  und  $f(x, y, z) = z$ .

66. Gegeben sei der Körper

$$K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z, x^2 + y^2 \leq 9, z \leq 15\}.$$

Bestimmen Sie das Volumen des Körpers!

67. Berechnen Sie den Inhalt des von der Fläche

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = a^2(x^2 + y^2) \quad a > 0$$

eingeschlossenen Volumsbereichs!

68. Berechnen Sie das Volumen des Bereichs, der von den beiden Flächen  $x^2 + y^2 = 1 + z^2$  und  $x^2 + y^2 = 2 - z^2$  begrenzt wird und den Punkt  $(0, 0, 0)$  enthält.

69. Berechnen Sie das Doppelintegral

$$\iint_B (x^2 - y) dx dy$$

über den Normalbereich

$$B = \left\{ (x, y) : \frac{1}{y} \leq x \leq \frac{2}{y}, 1 \leq y \leq 2 \right\}$$

- (a) direkt,
- (b) mit Hilfe der Koordinatentransformation  $u = xy, v = y$ !

70. Berechnen Sie das Volumen des Bereichs, der von  $x^2 + y^2 = z^2, z = 2$  und  $x \geq 0$  begrenzt wird.

71. Aus dem Körper, der durch  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4a^2$  beschrieben wird, wird der Körper beschrieben durch  $(x - a)^2 + y^2 \leq a^2$  ausgebohrt. Wie groß ist das Restvolumen?

72. Berechnen Sie das Volumen des Körpers, der von den Flächen  $x^2 + y^2 = z^2, x^2 + y^2 = 3x, z > 0$  begrenzt wird.