

Name:

Matrikelnr./Kennzahl:

Analysis II Übungsklausur

26. Juni 2008

Aufgabe:	1	2	3	4
Punkte:	5	5	5	5
	= Punkte			

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!

1. Gegeben sei die Kurve

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} \cos t + \cos^2 t \\ \sin t + \cos t \sin t \end{pmatrix}$$

(a) Bestimmen Sie die Bogenlänge für $0 \leq t \leq 2\pi$!

Hinweis: $1 + \cos(t) = 2 \cos^2(\frac{t}{2})$

(b) Bestimmen Sie die Krümmung im Punkt $(2, 0)$!

2. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^3 + y^4)}{x^2 + y^2} & \text{für } (x, y) \neq 0 \\ 0 & \text{für } (x, y) = 0 \end{cases}$$

(a) Bestimmen Sie alle Richtungsableitungen im Ursprung!

(b) Ist f total differenzierbar?

3. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)((x - 1)^2 + y^2).$$

(a) Berechnen Sie die lokalen Extrema von f und bestimmen Sie ob ein Maximum oder Minimum vorliegt!

(b) Geben Sie alle globalen Extrema von f im Bereich B an, wobei

$$B = \{(x, y) \mid y \geq x - 1, x \leq 0, y \leq 0\}.$$

4. Berechnen Sie das Integral

$$\iiint_B (1 + 3 \sin y) dx dy dz$$

wobei B der von den Flächen $z = -1 + \sqrt{(x^2 + y^2)}$ und $z = \sqrt{(1 - x^2 - y^2)}$ eingeschlossene Volumsbereich ist!