34. Bestimmen Sie eine asymptotische Entwicklung für die harmonischen Zahlen über die Mellin-Transformierte von
$$h(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+x} \right).$$
Hinweis: $h(n) = ?$

35. Sei $\ell \in \mathbb{N}$. Man zeige, dass
$$\int_0^{\infty} \frac{\log^{\ell}(1+x)}{x(1+x)}\, dx = \ell!\zeta(\ell+1).$$

36. Bestimmen Sie eine Entwicklung von
$$\sum_{k=0}^{\infty} e^{-x2^k}$$
um $x = 0$.

37. Bestimmen Sie
$$\frac{1}{2\pi i} \int_{(-1/4)} \zeta(s) \frac{1-2^{1-s}}{1-2^{-s}} N^{s+1} \frac{ds}{s(s+1)}$$
durch Entwicklung des ersten Nenners in eine geometrische Reihe und Verschieben des Integrationsweges auf $\sigma = 2$ und Anwenden der Mellin-Perron-Summation.

38. Zum Abschluss: Harmonische Zahlen über Mellin-Perron.

    (a)
    $$H_N = N + 1 - \int_{(2)} A(s) N^{s+1} \frac{ds}{s(s+1)},$$
    wobei
    $$A(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)n^{s+1}}.$$

    (b) Integration nach $\sigma = -3/2$ verschieben und Residuen sammeln. (Warum geht das?)