Operations Research WS 2000/2001

2. Übungsblatt

6. Betrachten Sie den Graph G aus Abbildung 1. Es wird angenommen, daß jede Kante (i, j) in beiden Richtungen (von i nach j und von j nach i) durchlaufen werden kann und die Kantenlängen jeweils für beide Richtungen gelten. Bestimmen Sie mit Hilfe der dynamischen Optimierung einen kürzesten Weg von i nach 5 für jedes i, $i = 1, 2, 3, 4$, in G.

7. Die Verkaufschefin eines Verlages für akademische Lehrbücher hat 6 Verkäufer im Außendienst beschäftigt, die drei verschiedene Regionen des Landes betreuen sollen. Sie hat beschlossen, daß jede Region mindestens einen Verkäufer zugewiesen bekommt, und daß jeder einzelne Verkäufer nur eine Region betreuen soll. Sie will nun bestimmen, wieviele Verkäufer den jeweiligen Regionen zugeteilt werden sollen, damit der Umsatz maximiert wird. Tabelle 1 gibt für jede Region den geschätzen Zuwachs des Umsatzes an (in geigneten Einheiten), wenn eine unterschiedliche Anzahl von Verkäufern dort tätig ist. Lösen Sie dieses Problem mit Hilfe der dynamischen Optimierung.

Anzahl der Verkäufer	Region 1	2	3
1	4	3	5
2	6	6	7
3	9	8	10
4	11	10	12

Tabelle 1: Daten für Beispiel 7

8. Damit das Weltraumprojekt eines Staates erfolgreich ist und die Menschheit sicher zum Mars fliegen kann, muß ein bestimmtes technisches Problem gelöst werden. Drei Forschungsteams sind derzeit damit beschäftigt, drei verschiedene Lösungsmethoden für dieses Problem zu untersuchen. Unter den gegenwärtigen Umständen schätzt man, daß die jeweiligen Teams - im weiteren Verlauf mit 1, 2 und 3 bezeichnet - mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.4, 0.6 bzw. 0.8 ohne Erfolg bleiben. Da das Ziel darin besteht, die Wahrscheinlichkeit für ein Scheitern von allen drei Teams zu minimieren, wurden zwei weitere Spitzenwissenschaftler für das Projekt eingestellt. Tabelle 2 gibt die geschätzte Wahrscheinlichkeit dafür an, daß die jeweiligen Teams erfolglos sind, wenn die Teams um 0, 1 oder 2 Wissenschaftler erweitert werden. Das Problem besteht darin, zu bestimmen, wie die zwei zusätzlichen Wissenschaftler eingesetzt werden sollen, um die Wahrscheinlichkeit eines Fehlschlages aller drei Teams zu minimieren. Lösen Sie dieses Problem mit Hilfe der dynamischen Optimierung.

Anzahl der neuen Wissenschaftler	Wahrscheinlichkeit für einen Fehlschlag – Team 1	2	3
0	0.4	0.6	0.8
1	0.2	0.4	0.5
2	0.15	0.2	0.3

Tabelle 2: Daten für Beispiel 8

9. Die Arbeitsbelastung in einem örtlichen Geschäftsbetrieb ist abhängig von großen saisonalen Schwankungen. Da es schwierig ist die Arbeiter zu entlassen und da die Kosten für die Ausbildung hoch sind, widerstrebt es dem Geschäftsführer, Arbeiter in den ruhigen Jahreszeiten zu entlassen. Es widerstrebt

ihm gleichermaßen, die Lohnsumme von den Spitzenzeiten beizubehalten, wenn es nicht notwendig ist. Er ist grundsätzlich dagegen, regelmäßig Überstunden leisten zu lassen. Da die gesamte Arbeit auftragsabhängig durchgeführt wird, ist es nicht möglich in den ruhigen Zeiten Läger zu bilden. Der Geschäftsführer steht deshalb in dem Dilemma, welche Politik er bei der Festlegung der Beschäftigungsniveaus einschlagen soll. Es werden folgende Schätzungen des Bedarfs an Arbeitskräften in den vier Jahreszeiten für die nächste Zeit angegeben:

Jahreszeit	Frühling	Sommer	Herbst	Winter	Frühling
Bedarf in Personen	255	270	240	200	255

Die Beschäftigung darf nie unter dieses Niveau sinken. Jede Beschäftigung über diesem Niveau führt zu überflüßigen Kosten von ca. \$ 2000/Person/Jahreszeit. Es wird geschätzt, daß die Kosten der Ein- und Ausstellung so aussehen, daß sich die gesamten Kosten einer Änderung des Beschäftigungsniveaus von einer Saison zur nächsten aus der quadrierten Differenz zwischen den Beschäftigungsniveaus multipliziert mit \$ 130 ergeben. Da auch Teilzeitkräfte eingestellt werden können, können auch nicht-ganzzahlige Beschäftigungsniveaus vorkommen und auch die Kostendaten können sich als gebrochene Zahlen ergeben.

Der Geschäftsführer muß bestimmen, welche Beschäftigungsniveaus in jeder Saison einzuhalten sind, damit die gesamten überflüßigen Kosten minimiert werden. Lösen Sie dieses Problem mit Hilfe der dynamischen Optimierung.

10. Zu betrachten ist das folgende lineare Optimierungsproblem:

$$\begin{array}{ll} \max & z = 3x_1 + 2x_2 \\ \text{udNB} & \\ & x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ & 3x_1 + x_2 \leq 8 \\ & x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \end{array}$$

Lösen Sie dieses Problem mit Hilfe der dynamischen Optimierung.

11. Zu betrachten ist das folgende ganzzahlige nichtlineare Optimierungsproblem

$$\begin{array}{ll} \max & z = x_1 x_2^2 x_3^3 \\ \text{udNB} & \\ & x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 10 \\ & x_1 \geq 1,\ x_2 \geq 1,\ x_3 \geq 1 \\ & x_1,\ x_2,\ x_3 \text{ ganzzahlig} \end{array}$$

Lösen Sie dieses Problem mit Hilfe der dynamischen Optimierung.

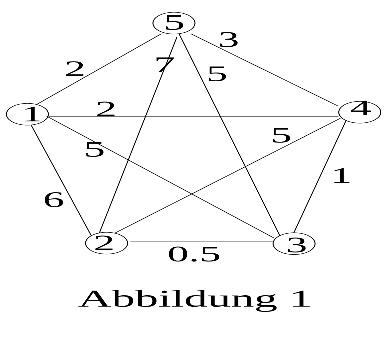

Abbildung 1