

Mathematische Modelle in den Wirtschaftswissenschaften WS 2000/2001

1. Hausübung – Abzugeben bis Montag 16.10.2000

Eine Chemiefabrik erzeugt vier Endprodukte A, B, C und D. Für die Produktion braucht sie Rohstoffe, die sie am Markt kauft, und 2 Inputmaterialien, die sie selbst aus den Rohstoffen erzeugt. Die Fabrik kann jede Woche um 3\$/kg unbeschränkte Mengen von Rohstoffen kaufen. Die Rohstoffe können für die Herstellung von Inputmaterialien verwendet werden. Seien I und II die Prozesse, die aus den Rohstoffen Inputmaterial 1 bzw. Inputmaterial 2 erzeugen. Für die Prozesse I und II liegt die Produktionsrate bei 120 g von Inputmaterial 1 bzw. 180g von Inputmaterial 2 pro verarbeitetem Kilogramm Rohstoff. Die Produktionsgeschwindigkeit für beide Prozesse liegt bei 2 Stunden pro verarbeitetem Kilogramm Rohstoff. Die Produktionskosten betragen 2\$ und 4\$ pro verarbeitetem Kilogramm Rohstoff für Prozeß I bzw. Prozeß II.

Für die Herstellung der Endprodukte A und B stehen zwei Produktionsprozesse (1 bzw. 2) zur Verfügung. Prozeß 1 verarbeitet Inputmaterialien 1 und 2 und erzeugt Produkt A sowie Abfallstoffe. Prozeß 2 verarbeitet Inputmaterialien 1 und 2 und erzeugt Produkt B sowie Abfallstoffe.

Für die Erzeugung einer Einheit von Produkt A werden 2 Einheiten Inputmaterial 1 und 1 Einheit Inputmaterial 2 verarbeitet. Als Nebenprodukt wird 1 Einheit Abfallstoff erzeugt. Die Produktionsgeschwindigkeit liegt bei 1g (von Produkt A) pro Minute. Die Erzeugung von 60g von Produkt A kostet 1\$. Für die Erzeugung einer Einheit von Produkt B werden 1 Einheit Inputmaterial 1 und 2 Einheiten Inputmaterial 2 verarbeitet. Als Nebenprodukt werden 0,8 Einheiten Abfallstoff erzeugt. Die Produktionsgeschwindigkeit liegt bei 0,3 g (von Produkt B) pro Minute. Die Erzeugung von 60g von Produkt B kostet 1\$.

Die Abfallstoffe können entweder in einem Fluß entsorgt oder für die Produktion von Endprodukten C und D verwendet werden. Die Gesetzeslage erlaubt die Entsorgung von höchstens 3kg Abfallstoffen pro Woche in den Fluß. Eine Einheit von Produkt C läßt sich um 11\$ verkaufen; ihre Produktion kostet 4\$. Für die Produktion einer Einheit von Produkt C werden eine Stunde Bearbeitungszeit, 120g Inputmaterial 1 und 48g Abfallstoff benötigt. Eine Einheit von Produkt D läßt sich um 7\$ verkaufen; ihre Produktion kostet 5\$. Für die Produktion einer Einheit von Produkt D werden eine Stunde Bearbeitungszeit, 120g Inputmaterial 2 und 72g Abfallstoff benötigt.

Jede Woche können höchstens 150kg von Produkt A und höchstens 150kg von Produkt B verkauft werden; der wöchentliche Bedarf für Produkt C bzw. D ist jedoch unbeschränkt. Die Produkte A und B lassen sich um 0,6\$/g bzw. 0,8\$/g verkaufen. Die verfügbare Produktionszeit pro Woche beträgt 6000 Stunden. Die Fabrik möchte einen Produktionsplan erstellen, der ihren wöchentlichen Gewinn maximiert. Erstellen Sie ein lineares Programmierungsmodell für dieses Problem.