

Tutorium Mathematik II M WM VT

SS 2011

20. Mai 2011

1. Zeichnen Sie die in Polarkoordinaten gegebene Kurve $r = \cos^2 \phi$, $\phi \in [0, 2\pi]$, und berechnen Sie ihre Länge. Berechnen Sie weiter
 - (a) die Fläche des von dieser Kurve umrandeten Bereiches in der Ebene,
 - (b) den Schwerpunkt der Fläche aus (a) unter der Annahme einer konstanten Massendichte.

2. Gegeben sei folgende Kurve in \mathbb{R}^3

$$\alpha(t) = \cosh t, \quad y(t) = \sinh t, \quad z(t) = t \text{ für } t \geq 0.$$

Bestimmen Sie die Krümmung, die Torsion, das begleitende Dreibein in einem beliebigen Punkt $(\cosh t, \sinh t, t)$ der Kurve und auch die Bogenlänge $s(t, 0)$ vom Punkt $(1, 0, 0)$ zum Punkt $(\cosh t, \sinh t, t)$ ($t \geq 0$).

3. Berechnen Sie (unter Angabe aller Zwischenschritte) Krümmung und Torsion für die folgende Kurve im \mathbb{R}^3 :

$$x(t) = \frac{1}{2}(1 + \cos t), \quad y(t) = \frac{1}{2} \sin t, \quad z(t) = \frac{1}{2}(1 - \cos t).$$

Ferner sollen jene Werte des Parameters t bestimmt werden für die die Krümmung ein Maximum bzw. ein Minimum annimmt.