

Tutorium Mathematik II M WM VT

SS 2011

13. Mai 2011

1. Ein Hammer besteht aus einem hölzernen Stiel der Dichte ρ_H und einem stählernen Kopf der Dichte ρ_S . Der Stiel hat die Länge $l_1 = 30$ cm und ist zylindrisch. Der Radius am freien Ende beträgt $r_1 = 1$ cm. An den übrigen Stellen ist er in Abhängigkeit des Abstands x vom freien Ende durch die Formel $r(x) = r_1 - a \frac{x^2}{l_1^2}$ mit $a = 0.2$ cm für $0 \leq x \leq l_1$ gegeben. Der Kopf ist ein Quader mit Länge $l_2 = 9$ cm sowie Breite und Höhe $b_2 = h_2 = 2.4$ cm. Der Kopf ist so durchbohrt, dass der Stiel genau hineinpasst und Stiel und Kopf bündig abschließen. Bestimmen Sie die Lage des Schwerpunkts des Hammers. Siehe aus die Skizze in Abbildung 1 auf der Rückseite.
2. Sei das Gebiet $M \subset \mathbb{R}^2$ folgendermaßen gegeben:

$$M = \left\{ x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : 0 < \frac{x_2}{x_1^2 + x_2^2} < 1 - \frac{x_1}{x_1^2 + x_2^2} < \frac{1}{2} \right\}.$$

Bestimmen Sie das Integral

$$\int_M \frac{4(x_1 + x_2)}{(x_1^2 + x_2^2)^3} dx_1 dx_2$$

mit Hilfe der Transformation

$$u_1 = \frac{x_1}{x_1^2 + x_2^2}, \quad u_2 = \frac{x_2}{x_1^2 + x_2^2}.$$

3. Berechnen Sie das Volumen des Bereiches, der von den beiden Flächen $x^2 + y^2 = 1 + z^2$ und $x^2 + y^2 = 2 - z^2$ begrenzt wird, und den Punkt $(0, 0, 0)$ enthält. (Alle Zwischenschritte sind anzuführen.)

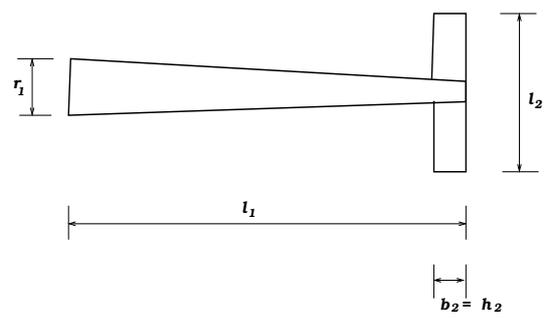


Abbildung 1: Skizze für Aufgabe 1