Tutorium Mathematik II M WM VT
SS 2011
15. April 2011

1. Gegeben sei die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit
$$f(x,y) = x^2 + (y+1)^2$$
   (a) Bestimmen Sie alle lokalen Extrema von f (inkl. Typangabe und zugehörigem Funktionswert).
   (b) Bestimmen Sie die globalen Extrema von f (inkl. Typangabe und zugehörigem Funktionswert) im durch $x^2 + y^2 \leq 4$ beschriebenen Bereich.

2. Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix
$$\begin{pmatrix} 5 & 6 & -6 \\ -4 & -5 & 7 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$
   Geben Sie die algebraischen und geometrischen Vielfachheiten der Eigenwerte an. Ist diese Matrix diagonalisierbar? Wenn ja, dann geben Sie eine Matrix T an, so dass $T^{-1}AT$ eine Diagonalmatrix ist.

3. Wir betrachten die folgende implizit gegebene Kurve (kartesisches Blatt)
$$f(x,y) = x^3 + y^3 - 3xy = 0 \qquad .$$
   (a) In welchen Punkten $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ lässt sich die Funktion f nach x bzw. y auflösen?
   (b) Bestimmen und klassifizieren Sie die singulären Kurvenpunkte.
   (c) Bestimmen Sie die lokalen Extrema in Richtung der x-Achse und deren Typ.