Tutorium Mathematik II M WM VT
SS 2011
18. März 2011

1. Gegeben sei $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$, $f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{\sin^2(xy)}{y} & \text{für } y \neq 0 \\ 0 & \text{für } y = 0. \end{cases}$

(a) Untersuchen Sie die Stetigkeit von f in jedem Punkt aus $\mathbb{R}^2$.

(b) Existieren die partiellen Ableitungen $f_x(x,0)$ und $f_y(x,0)$ für ein beliebiges $x \in \mathbb{R}$? Bestimmen Sie diese Ableitungen falls sie existieren.

(c) Existiert die partielle Ableitung f_{yx} im Punkt $(0,0)$? Bestimmen Sie ggf. den Wert dieser Ableitung.

(d) Berechnen Sie die Richtungsableitung $\delta_v f$ von f im Punkt $(\pi/2, 1)$.

2. Ist folgende Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ im Punkt $(2,0)$ stetig:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{(x-2)((x-2)^2+y^2)}{x^2-4x+4+2xy-4y+y^2} & \text{für } (x,y) \neq (2,0), \\ 0 & \text{für } (x,y) = (2,0) \end{cases} ?$$

3. Man berechne alle partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung der Funktion:

$$f(x,y) = x^2 e^y + e^{xy}$$

4. Untersuchen Sie die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^6+y^5}{x^4+y^4} & \text{für } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{für } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

auf Stetigkeit. Berechnen Sie die partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$, $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ und die Richtungsableitung $\frac{\partial f}{\partial \vec{a}}(0,0)$ mit $\vec{a} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})^T$. Ist f im Ursprung differenzierbar?