Tutorium Mathematik II M WM VT
SS 2011
27. Mai 2011

1. Seien K_1 und K_2 zwei Kurven in $\mathbb{R}^2$. K_1 besteht aus einem Geradenstück und einem Viertelkreis. Das Geradenstück verbindet die Punkte $(0,1)$ und $(1,1)$ und der Viertelkreis liegt im zweiten Quadranten, hat Mittelpunkt $(0,0)$ und Radius 1. Die Kurve K_2 ist ein Geradenstück, dass die Punkte $(-1,0)$ und $(1,1)$ verbindet. Für die folgenden Vektorfelder $\vec{v_1}$ und $\vec{v_2}$ berechnen Sie die Arbeit, die benötigt wird, um eine Masseeinheit vom Punkt $(-1,0)$ zum Punkt $(1,1)$ entlang der Kurve K_1 bzw. K_2 zu bewegen.

   (a) $\vec{v_1} = (x, y)^T$, (b) $\vec{v_2} = (e^{\pi x}\cos(\pi y), -e^{\pi x}\sin(\pi y))^T$.

2. Durch $z(x,y) = y^2$ ist über die Menge

   $$S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon 0 \le x \le 2, 0 \le y \le \sqrt{x}\}$$

   eine Fläche F gegeben. Man berechne den Wert des Oberflächenintegrals $I = \int_F y dF$

3. Bestimmen Sie den Fluss des Vektorfeldes

   $$V = \begin{pmatrix} x^3 + xy^2 \\ x^2y + y^3 \\ x^2y \end{pmatrix}$$

   durch die Fläche $F = \{(x,y,z) \colon z = \sqrt{x^2+y^2} \le 2\}$, die so orientiert ist, dass die z-Komponente ihres Normalenvektors negativ ist.

4. Gegeben sei die Differentialgleichung:

   $$(2xy^2 + ye^x)\,dx + (x^2y - 1)\,dy = 0.$$

   Bestimmen Sie die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung und die spezielle Lösung, die $y(1) = 1$ erfüllt.