BSP 1. Tut. am 8.4.2011

Notiztitel 08.04.2011

$f(x,y) = 24x - 24y$ Min = ? Max = ?

auf $\underline{13x^2 + 10xy + 13y^2 = 36}$ Nebenbedingung

Lagrange-Multiplikatoren-Ansatz:

$$F(x,y,\lambda) = 24x - 24y + \lambda(13x^2 + 10xy + 13y^2 - 36)$$

$$F_x = 24 + 26\lambda x + 10\lambda y = 0 \Rightarrow \lambda(\underline{26x + 10y}) = -24$$

$$F_y = -24 + 10\lambda x + 26\lambda y = 0 \Rightarrow \lambda(\underline{10x + 26y}) = 24$$

$$F_\lambda = \underline{13x^2 + 10xy + 13y^2 - 36} = 0$$

Notiztitel 08.04.2011

$$\lambda = -\frac{24}{26x+10y} = \frac{24}{10x+26y}$$

$26x+10y \neq 0$ ✓

$10x+26y \neq 0$ ✓

$\Downarrow$

$$-240x - 24\cdot 26y = 240y + 26\cdot 24x \Rightarrow x = -y$$

$$x(-240-26\cdot 24) = y(26\cdot 24+240)$$

Aus $F_\lambda = 0$: $13x^2 - 10x^2 + 13x^2 = 36 \Rightarrow x^2 = \frac{36}{16} \Rightarrow x = \pm\frac{6}{4}$

$x_1 = \frac{3}{2}$ $\quad x_2 = -\frac{3}{2}$ $\quad y_1 = -x_1 = -\frac{3}{2}$ $\quad y_2 = -x_2 = \frac{3}{2}$

$P_1\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ $P_2\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ kr. Pkt für F

Falls Min u. Max erreicht dann bei P_1 bzw. P_2

$\underline{\underline{f(P_1)}} = 24 \cdot 3 = 72$ $\underline{\underline{f(P_2)}} = -72$

Max Min

Warum Min u. Max erreicht:

f stetig $f(x,y) = 24x - 24y$

$13x^2 + 10xy + 13y^2 = 36$ $(x\ y)^t A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 36$ $A = \begin{pmatrix} 13 & 5 \\ 5 & 13 \end{pmatrix}$

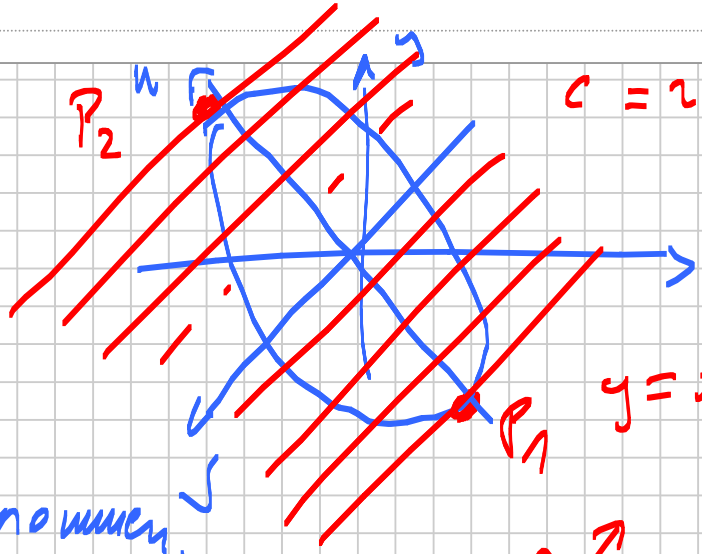
EW: 8, 18

Notiztitel 08.04.2011

Nebenbed. ist Ellipse.

$\left\{ \begin{array}{l} \text{beschr., abgeschl.} \\ f \text{ stetig} \end{array} \right.$

$\Rightarrow$ Min und Max werden angenommen.



$c = 24x - 24y$

$y = x - \frac{c}{24}$

$c \nearrow \quad y \searrow$