Notiztitel 04.03.2011

Injektivität X

$u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ 0 \end{pmatrix} \neq v = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\phi(u) = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \phi(v)$ ↯ ✓

✓

Surjektivität

$\forall\ u \in \mathbb{R}^2 \quad \exists\ v \in \mathbb{R}^3 \quad \phi(v) = u$

$u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \qquad v = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \phi(v) = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = u$

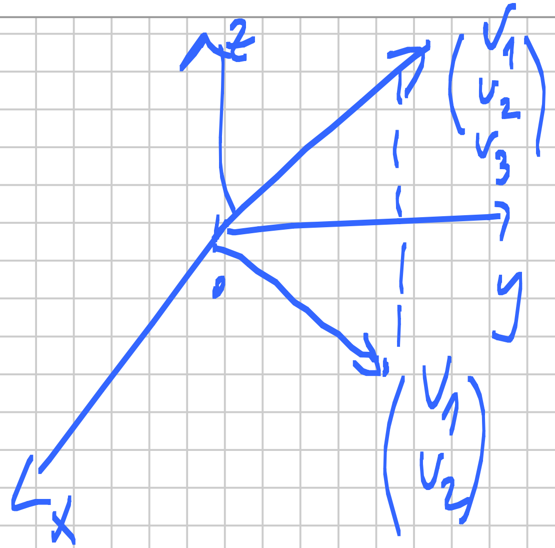
1. Beispiel

4.3.2011

Notiztitel 04.03.2011

$\phi: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$

$$\phi\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$



Linearität

1) $\phi(u+v) = \phi(u) + \phi(v) \quad \forall\, u, v \in \mathbb{R}^3$

$$\phi\begin{pmatrix} u_1+v_1 \\ u_2+v_2 \\ u_3+v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1+v_1 \\ u_2+v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \phi\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} + \phi\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$$

Notiztitel 04.03.2011

2) $\phi(\lambda v) = \lambda \phi(v) \quad \forall \lambda \in \mathbb{R} \quad \forall v \in \mathbb{R}^3$

$$\phi\left(\lambda \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}\right) = \phi\begin{pmatrix} \lambda v_1 \\ \lambda v_2 \\ \lambda v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda v_1 \\ \lambda v_2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \lambda \phi\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \checkmark$$

Standardbasen: $\mathbb{R}^3 \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathbb{R}^2 \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\phi\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \phi\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \phi\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$