

Tutorium Mathematik II M WM VT

SS 2009

29. Mai 2009

1. Zeichnen Sie die in Polarkoordinaten gegebene Kurve $r = \cos^2 \phi$, $\phi \in [0, 2\pi]$, und berechnen Sie ihre Länge. Berechnen Sie weiter
 - (a) die Fläche des von dieser Kurve umrandeten Bereiches in der Ebene,
 - (b) den Schwerpunkt der Fläche aus (a) unter der Annahme einer konstanten Massendichte.

2. Gegeben sei die Kurve im \mathbb{R}^3 mit

$$x(t) = t, \quad y(t) = \sqrt{1 - t^2}, \quad z(t) = \frac{1}{4} \ln \frac{1+t}{1-t} - \frac{t}{2}.$$

Berechnen Sie die Bogenlänge für $0 \leq t \leq 1/2$.

3. Berechnen Sie (unter Angabe aller Zwischenschritte) Krümmung und Torsion für die folgende Kurve im \mathbb{R}^3 :

$$x(t) = \frac{1}{2}(1 + \cos t), \quad y(t) = \frac{1}{2} \sin t, \quad z(t) = \frac{1}{2}(1 - \cos t).$$

Ferner sollen jene Werte des Parameters t bestimmt werden für die die Krümmung ein Maximum bzw. ein Minimum annimmt.