Name: **Matrikelnr:**

Risikotheorie und -management
28. Mai 2009

Aufgabe:	1	2	3	4		
Punkte:	6	5	4	5		
					=	*Punkte*

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!

1. Wir betrachten ein Portfolio bestehend aus m risikoreichen Krediten mit Volumina e_i, $1 \leq i \leq m$, und treffen folgende Annahmen:

   (a) Alle Kredite werden zum gleichen Zeitpunkt T fällig; davor werden keine Rückzahlungen geleistet.

   (b) Im Fall einer Zahlungsunfähigkeit geht die gesamte Kreditsumme verloren.

   (c) Zu jedem Zeitpunkt t sind die Kreditspreads $c_i(t,T)$ gleich für alle Kredite: $c_i(t,T) = c(t,T)$, $\forall 1 \leq i \leq m$.

   Der Wert des Kredits i zum Zeitpunkt T ist also als $\exp\{-(T-t)[y(t,T)+c(t,T)]\}e_i$ gegeben, $\forall 1 \leq i \leq m$, wobei $y(t,T)$ die Zinskurve darstellt. Die Zahlungsunfähigkeit von Kreditnehmer i, $1 \leq i \leq m$, wird mit Hilfe eines Default-Indikators $Y_{t,i}$ modelliert:

   $$Y_{t,i} = \begin{cases} 1 & \text{Kreditnehmer } i \text{ wird zahlungsunfähig} \\ & \text{in einem Zeitpunkt zwischen } t \text{ und } T \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$

   Geben Sie den Wert V_t des Kreditportfolios zum Zeitpunkt t, $t < T$, an. Geben Sie den Verlustoperator $l_{[t]}(x)$ und den linearisierten Verlustoperator $l_{[t]}^{\Delta}(x)$ an, wobei x der Vektor der Veränderungen der Risikofaktoren ist. Welche unmittelbare Risiken müssen berücksichtigt werden?

   Hinweis: Berücksichtigen Sie einen $(m+2)$-dimensionalen Vektor von Risikofaktoren.

2. Seien x_1,x_2,...,x_n, die über die letzten n Monate beobachteten monatlich realisierten Verluste eines Finanzportfolios. Es wird angenommen, dass die Verlustverteilung über die letzten n Monate unverändert geblieben ist und x_i, $1 \leq i \leq n$, wird als Stichprobe der unbekannten Verlustverteilung F gesehen. Es wird ein Konfidenzintervall (a,b) für $VaR_\alpha(F)$ auf dem Niveau $p \geq \beta$ gesucht, d.h. für a und b müssen $P\big(VaR_\alpha(F) < a\big) \leq \frac{1-\beta}{2}$ und $P\big(VaR_\alpha(F) > b\big) \leq \frac{1-\beta}{2}$ gelten.

Wie groß muss die Stichprobe sein, sodass eine Berechnung des gesuchten Konfidenzintervalls ohne Bootstrap für $\alpha = 0.90$ und $\beta = 0.85$ möglich ist? Wie verändert sich die für diese Berechnung notwendige Mindestgröße der Stichprobe, wenn der Wert des Parameters α oder β steigt? Interpretieren Sie ihre Antwort.

3. Sei (x_i, y_i), $1 \leq i \leq n$, eine Stichprobe eines zwei-dimensionalen Zufallsvektors (X, Y). Aufgrund von empirischen und/oder graphischen Untersuchungen wird angenommen, dass (X, Y) eine untere Tail-Abhängigkeit aber keine obere Tail-Abhängigkeit besitzt. Welche ihnen bekannte einparametrische Copula würden Sie zur Modellierung von (X, Y) einsetzen? Wie würden Sie den Parameter dieser Copula schätzen?

4. Maxima der Cauchy-Verteilung.
Zeigen Sie, dass die Cauchy-Verteilung F_C (mit Verteilungsdichte $f_C(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$, $x \in \mathbb{R}$) zum maximalen Anziehungsgebiet der Fréchet-Verteilung ϕ_1 gehört, d.h. $F_C \in MDA(\phi_1)$, wobei die Verteilungsfunktion Φ_1 folgendermaßen gegeben ist

$$\Phi_1(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ e^{-\frac{1}{x}} & x > 0 \end{cases} .$$