revid. simplex 6

Beispiel (Eine Iteration des revidierten Simplexverfahrens)

min $\quad x_1+3x_2+6x_3+7x_4+5x_5+2x_6 \quad \big[\Leftrightarrow \max(-x_1-3x_2-6x_3-7x_4-5x_5-2x_6)\big]$

unter $\quad 4x_1+6x_2+5x_3+3x_4+x_5+2x_6=\frac{7}{2}$

$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=1$

$x \geq 0$

(Optimierungsaufgabe in Normalform erwartet; äquivalent kann man mit einer beliebigen zul. Basis wenn D_B und $\bar{c}_N$ vorliegen.)

Wähle $B=(3,4) \quad N=(1,2,5,6)$

Eingabedaten
$$\begin{pmatrix} c^t \\ A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 & 7 & 5 & 2 \\ 4 & 6 & 5 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} \frac{7}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$$

A_B

$$A_B^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & -3/2 \\ -1/2 & \frac{5}{2} \end{pmatrix}$$

Mit $\quad b^t=(7/2;1)$ und $c_B^t=(6,7)$ erhalten wir

$$D=\begin{pmatrix} -c_B^tA_B^{-1}b & -c_B^tA_B^{-1} \\ A_B^{-1}b & A_B^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -27/4 & 1/2 & -\frac{17}{2} \\ 1/4 & 1/2 & -3/2 \\ \frac{3}{4} & -1/2 & 5/2 \end{pmatrix}$$

$$\bar{c}_N^t = c_N^t + (-c_B^tA_B^{-1})A_N = (1,3,5,2)+\left(\frac{1}{2},-\frac{17}{2}\right)\begin{pmatrix} 4 & 6 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\bar{c}_N^t = \left(-\frac{11}{2}, -\frac{5}{2}, -3, -\frac{11}{2}\right)$$

Achtung suche das Min und nicht das Max!

Daher wird die Pivotspalte $N(s)$ als jene mit dem kleinsten red. Kostenkoeff gewählt!

Iteration 1. Pivotspalte-rev
Wähle $\boxed{s=1}$; berechne

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = A_B^{-1}\cdot A_1 = \begin{pmatrix} 1/2 & -3/2 \\ -1/2 & 5/2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$u_0 = \bar{c}_{N(s)} = \bar{c}_{N(1)} = \bar{c}_1 = -\frac{11}{2} \qquad \boxed{u^t = \left(-\frac{11}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)}$$

Pivotzeile-zeile (revid. muplex-?)

Zeilenauswahlregel

$$\frac{d_{r0}}{u_r} = \min\left\{ \frac{d_{i0}}{u_i} : u_i > 0 ; i = 1,2 \right\}$$

$$= \min\left\{ \frac{1/4}{1/2} ; \frac{3/4}{1/2} \right\} = 1/4 \,/\, 1/2 = \frac{1}{2}$$

$$\downarrow r=1 \qquad \downarrow r=2$$

$\rightarrow \boxed{r = 1}$

Tausche Nichtbasisvariable x_1 $(1 = N(1))$ gegen Basisvariable X_3 $(3 = B(1))$;

Pivotschritt-zeile: $d_{rj} := \frac{d_{rj}}{u_r}$ $\quad j = 0,1,2$

$$d_{1j} := \frac{d_{1j}}{1/2} \rightarrow \begin{pmatrix} -4 & 6 & -15 \\ 1/2 & 1 & -3 \\ & & \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow i=0 \\ \\ \leftarrow i=2 \end{matrix}$$

$d_{ij} := d_{ij} - u_i\, d_{rj}$ $\quad i = 0,2$, $j = 0,1,2$

$i=0$ $\quad d_{0j} := d_{0j} - u_0 \cdot d_{1j}$

$$\begin{pmatrix} -\frac{27}{4} \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{17}{2} \end{pmatrix} - \left(-\frac{11}{2}\right) \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ -15 \end{pmatrix}$$

$i=2$ $\quad d_{2j} := d_{2j} - u_2\, d_{1j}$

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{4} \\ -\frac{1}{2} \\ \frac{5}{2} \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Also ist das neue D wie folgt:

$$D = \begin{pmatrix} -4 & 6 & -15 \\ 1/2 & 1 & -3 \\ 1/2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$B = (1,4)$ $\quad N = (3,2,5,6)$ $\quad \bar{c}_k = c_k + \sum_{j=1}^{m} d_{0j}\, a_{jk} \quad \forall k \in N$

$\bar{c}_3 = 6 + (6;-15)\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix} = 21 > 0$

$\bar{c}_2 = 3 + (6;-15)\begin{pmatrix}6\\1\end{pmatrix} = 24 > 0$

$\bar{c}_5 = 5 + (6;-15)\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} = -4 < 0$ $\quad \bar{c}_6 = 2 + (6;-15)\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix} = -1 < 0$

augenblickliche Basislösung ist nicht optimal!