Operations Research WS 2011/2012

5. Übungsblatt

26. Es wird vermutet, dass die Nachfrage nach einem Ersatzteil eines veralteten Flugzeugmodells exponentialverteilt mit Erwartungswert gleich 50 sei. Die Produktion des veralteteten Modells wird in einem Jahr eingestellt und so auch die Produktion der modellspezifischen Ersatzteile, d.h. die gesamte Produktion der eventuell benötigten Ersatzteile sollte idealerweise noch im laufenden Jahr stattfinden. Die Produktionskosten sind mit 1000$ pro Stück angegeben, wenn die Produktion im laufenden Jahr stattfindet. Sollte eine Produktion jedoch zu einem späteren Zeitpunkt erfolgen, so betragen die Produktionskosten 10000 $ pro Stück. Es fallen jedenfalls keine (expliziten) Rüstkosten an. Die Lagerungskosten für die am Ende der einjährigen Periode übriggebliebenen Ersatzteile werden mit 300$ pro Stück geschätzt.

    (a) Bestimmen Sie die optimale Anzahl der zu produzierenden Ersatzteile im Sinne eines stochastischen einperiodigen Modells.

    (b) Bestimmen Sie die optimale Anzahl der zu produzierenden Ersatzteile unter der Annahme, dass vom besagten Ersatzteil noch 23 Stuck vorhanden sind.

    (c) Es wird angenommen, dass die Fehlmengenkosten zum gegebenen Zeitpunkt noch nicht abgeschätzt werden können. Wieviele Ersatzteile sollen produziert werden, sodass am Ende der einjährigen Periode mit Wahscheinlichkeit höchstens 0.1 eine Fehlmenge realisiert wird?

    (d) Betrachten Sie nochmals das ursprüngliche Modell in dem Fehlmengenkosten vorliegen. Angenommen die im Punkt (c) errechnete Losgröße ist optimal für dieses Modell. Welche sind die dazugehörigen implizierten Fehlmengenkosten?

27. Das stochastische einperiodige Modell wird folgendermaßen erweitert. Es werden zwei Produkte gelagert. Die zwei Produkte können einander ersetzen in dem Produkt 1 (2) zur Erfüllung der Nachfrage nach Produkt 2 (1) verwendet werden kann, falls der Lagerstand des nachgefragten Produktes die Erfüllung der Nachfrage nicht erlaubt. Es wird einfachheitshalber angenommen, dass der anfängliche Lagerstand für beide Produkte gleich Null ist. Weiters werden keine Fehlmengenkosten und auch keine Lagerungskosten berücksichtigt, sehr wohl aber Einkaufspreise c_i und Verkaufspreise s_i pro Mengeneinheit des Produktes i, $i = 1, 2$. Durch die Erfüllung einer Nachfrage von z Einheiten von Produkt i realisiert der Lagerbetreiber also einen Gewinn von $(s_i - c_i)z$, $i = 1, 2$. Sei X_i eine Zufallsvariable mit Dichtefunktion f_i, die die Nachfrage nach Produkt i, $i = 1, 2$, darstellt. Weiters sei $a_i \in (0, 1)$ der Anteil der Kunden, die gegebenenfalls einen Ersatz des Produktes i, $i = 1, 2$, durch das andere Produkt akzeptieren würden. Sei $G(u_1, u_2)$ eine Zufallsvariable, die den Gewinn des Lagerbetreibers darstellt, wenn u_i Produkteinheiten von Produkt i, $i = 1, 2$, bestellt werden. Das Ziel ist die Bestimmung der Bestellmengen u_i, $i = 1, 2$, die den erwarteten Gewinn $E(G(u_1, u_2))$ maximieren. Geben Sie eine Formel für $E(G(u_1, u_2))$ an.

28. Betrachten Sie ein dreiperiodiges stochastisches stationäres Lagerhaltungsproblem, das dem mehrperiodigen stochastischen stationären Lagerhaltungsmodell A bzw. B aus der Vorlesung entspricht. Die Nachfrage R sei gleichverteilt auf $[0, 10]$. Die weiteren Parameter des Problems seien folgendermaßen gegeben: $c = 1$ Euro/Mengeneinheit, $K = 5$ Euro, $h = 3$ Euro pro Mengeneinheit und Periode, $p = 4$ Euro pro Mengeneinheit und Periode und $\alpha = 0.9$. Bestimmen Sie

einen optimalen Bestellplan für die beiden zugrundeliegenden Modelle A und B und errechnen Sie die jeweiligen oberen und unteren Schranken für die optimale Bestellgrenze bzw. Bestellmenge in jeder Periode. Fassen Sie alle diese Ergebnisse in tabelarischer Form zusammen (vgl. Vorlesung).

29. Betrachten Sie ein unendlich-periodiges stochastisches stationäres Lagerhaltungsproblem, das dem unendlich-periodigen Lagerhaltungsmodell aus der Vorlesung entspricht. Die Nachfrage R sei gleichverteilt auf $[0, 10]$. Die weiteren Parameter des Problems seien folgendermaßen gegeben: $c = 1$ Euro/Mengeneinheit, $K = 0$ Euro, $h = 3$ Euro pro Mengeneinheit und Periode, $p = 4$ Euro pro Mengeneinheit und Periode und $\alpha = 0.9$. Bestimmen Sie eine optimale Bestellungspolitik und die dazugehörigen Kosten.

30. Betrachten Sie das multikriterielle Optimierungsproblem (MCOP) $(X, f, \mathbb{R}^2)/\mathrm{id}/(\mathbb{R}^2, <)$, wobei $X = [-1, 1] \subseteq \mathbb{R}$, $f = (f_1, f_2)$ mit $f_1(x) = \sqrt{5 - x^2}$, $f_2(x) = x/2$, und $<$ die *komponentenweise Ordnung* auf $\mathbb{R}^2$ ist. Stellen Sie die Mengen X und $Y = f(X)$ der zulassigen Lösungen im Entscheidungsraum bzw. im Zielfunktionsraum graphisch dar und bestimmen Sie die Pareto-Menge $X_{Par} \subseteq X$ und die effiziente Menge $Y_{eff} \subseteq Y$.

31. Lösen Sie das Problem aus Beispiel 30 wenn die komponentenweise Ordnung durch die *max Ordnung* bzw. die *lexikographische Ordnung* ersetzt wird:

$$\min_{x \in [-1,1]} \max_{i=1,2} f_i(x)$$

$$lex \min_{x \in [-1,1]} (f_1(x), f_2(x))$$

$$lex \min_{x \in [-1,1]} (f_2(x), f_1(x))$$

Vergleichen Sie für alle drei Fälle die Lösungen des modifizierten Problems mit den Pareto-optimalen Lösungen des ursprünglichen Problems.