Operations Research WS 2008/2009

7. Übungsblatt

31. Geben Sie jeweils ein Beispiel für die untenstehenden Situationen

    (a) $S(Y) \subset Y_{eff} \subset S_0(Y)$ wobei beide Inklusionen strikt und $S(Y)$, $S_0(Y)$ wie in der Vorlesung definiert sind.

    (b) $S(Y) \cup S_0'(Y) = Y_{eff} = S_0(Y)$, wobei

$$S_0'(Y) = \left\{ y' \in Y \colon y' \text{ ist das Element der einelementigen Menge } Opt(\lambda, Y), \lambda \in \mathrm{IR}_+^{\mathrm{Q}} \setminus \{0\} \right\}$$

32. Sei $X = \{(x_1, x_2) \in \mathrm{IR}^2 \colon \mathrm{x}_1 \geq 0, \mathrm{x}_2 \geq 0, \mathrm{x}_1 + \mathrm{x}_2 \leq 100, 2\mathrm{x}_1 + \mathrm{x}_2 \leq 150\}$, $f_1(x_1, x_2) = -6x_1 - 4x_2$ und $f_2(x_1, x_2) = -x_1$. Lösen Sie das *ϵ-restringierte Problem* $P_1(\epsilon)$ für $\epsilon = 0$ (siehe die Vorlesung für die Definition des ϵ-restringierten Problems). Überprüfen Sie mit Hilfe der Methode von Benson ob die optimale Lösung x^* von $P_1(0)$ Pareto-optimal für $(X, f, \mathrm{IR}^2)/\mathrm{id}/(\mathrm{IR}^2, <)$ ist.

33. Lösen Sie das Problem aus Beispiel 32 unter Anwendung der "compromise programming" Methode. Verwenden Sie $w = (1/2, 1/2)$ und bestimmen Sie die Lösung von CP_p^w für $p = 1, 2, \infty$.

34. Sei $Y = \{y = (y_1, y_2) \in \mathrm{IR}^2 \colon \mathrm{y}_1 + \mathrm{y}_2 \geq 1, 0 \leq \mathrm{y}_1 \leq 1\}$. Zeigen Sie, dass $\hat{y} = (0, 1) \in Y_{p-eff}$, und, dass es keine $w \in W^0$ mit $\hat{y} \in A(w, \infty, Y)$ existiert, wenn der ideale Punkt y^0 in CP_p^w verwendet wird. (Siehe Vorlesung für die Definition von W^0 und $A(w, \infty, Y)$.)

35. Sei $Y = \{y = (y_1, y_2) \in \mathrm{IR}_+^2 \colon \mathrm{y}_1^2 + \mathrm{y}_2^2 \geq 1\}$. Zeigen Sie die Existenz eines Parameters p, $1 < p < \infty$, sodass folgende Gleichung gilt:

$$Y_{eff} = \cup_{w \in W^0} A(w, p, Y).$$

    Verwenden Sie den idealen Punkt y^0 in der Definition von $A(w, p, Y)$ und CP_p^w.