

Operations Research WS 2008/2009

4. Übungsblatt

17. Es wird angenommen, dass die Nachfrage nach Fernsehgeräten saisonalen Schwankungen unterliegt. Für die Weihnachtssaison (Oktober bis Dezember) wird ein Absatz in Höhe von 30000 Geräten prognostiziert. Für die Winterperiode (Jänner bis März) wird ein schwächerer Absatz von 20000 Geräten, für den Frühling (April bis Juni) 30000 und für den Sommer (Juli bis September) ein Absatz in Höhe von 20000 Geräten prognostiziert. Der Fernsehhersteller produziert die Lautsprecher, die in die Fertigung seiner Fernsehgeräte eingehen, selbst. Die Rüstkosten und die Stückkosten für die Lautsprecherproduktion betragen 20000 Euro bzw. 1 Euro/Stück. Die Lagerungskosten eines Lautsprechers betragen 0.2 Euro pro Zeitperiode (3 Monate). Die Lautsprecher müssen in Produktionseinheiten von jeweils 10000 Stück gefertigt werden. Die Produktion der Fernsehgeräte muss eine Periode bevor sie benötigt werden abgeschlossen sein. ZB. die 30000 Geräte, die für die Weihnachtssaison benötigt werden, müssen in der Zeit von Juli bis September hergestellt werden. Die Lautsprecher werden erst zuletzt in die Fernsehgeräte eingebaut und können innerhalb sehr kurzer Zeit in großen Mengen hergestellt werden, sodaß angenommen werden kann, daß die Produktion und der nachfolgende Einbau ohne Verzögerung stattfinden. Es ist nun für jede Periode die Produktionsmenge der Lautsprecher festzulegen, die die Gesamtkosten minimiert und die Bedarfsdeckung sicherstellt. Lösen Sie dieses Problem mit Hilfe des Verfahren von Wagner und Whitin.
18. Betrachten Sie die Situation, in der ein spezielles Produkt hergestellt und solange gelagert wird, bis es im nachfolgenden Produktionsprozess eingesetzt wird. Die Anzahl der in den nächsten drei Monaten benötigten Einheiten sowie die Rüstkosten und die regulären Produktionskosten in den einzelnen Monaten entnehmen Sie nachfolgender Aufstellung.

Monat	Bedarf	Rüstkosten (Euro)	Reguläre Stückkosten (Euro)
1	1	5	8
2	3	10	10
3	2	15	9

Derzeit liegt eine Einheit auf Lager; am Ende der drei Monate sollen zwei Einheiten im Lager sein. Innerhalb der regulären Produktionszeit können jeden Monat maximal drei Einheiten hergestellt werden. Eine weitere Einheit kann im Überstundenbetrieb gefertigt werden, wofür zusätzlich zu den regulären Produktionskosten Überstundenkosten in Höhe von 2 Euro anfallen. Die Lagerkosten betragen 2 Euro pro Einheit und Lagermonat. Fehlmengen sind nicht erlaubt.

Verwenden Sie die dynamische Optimierung, um zu bestimmen wieviele Einheiten in jedem Monat produziert werden sollen, damit die Gesamtkosten minimiert werden. Kann hierfür ein Wagner-Whitin-ähnliches Verfahren herangezogen werden?

19. Betrachten Sie ein deterministisches dynamisches Lagerhaltungsmodell bei dem die fixen Bestellkosten K_i , die Stückpreise c_i und die Lagerungskosten h_i von der Periode i abhängen und von Periode zu Periode variieren. Auf dieses Modell wird ein Wagner-Whitin-ähnliches Verfahren angewendet. Sei $k_i^* + 1$ der Index der Periode in der in einer optimalen Bestellpolitik die

Lieferung für Periode i erfolgen soll, $i = 1, 2, \dots, n$, $0 \leq k_i^* \leq i - 1$, (siehe auch Vorlesung; dort wird dieselbe Notation verwendet). Zeigen Sie, daß $k_1^* \leq k_2^* \leq \dots \leq k_n^*$ gilt, wenn die Folge der (periodenabhängigen) fixen Bestellkosten monoton wachsend ist $K_1 \leq K_2 \leq \dots \leq K_n$.

20. Betrachten Sie ein Lagerhaltungsmodell mit drei gelagerten Gütern. Die fixen Bestellkosten K_i , die Stückkosten c_i , die Lagerungskosten h_i pro Stück und Monat sowie die Verbrauchsraten μ_i für Gut i , $i = 1, 2, 3$, sind in der nachstehenden Tabelle gegeben:

	Gut 1	Gut 2	Gut 3
K (in Euro)	40	10	45
c (in Euro pro Stück)	0.5	1	0.25
h (in Euro pro Stück und Monat)	0.1	0.2	0.05
μ (in Stück pro Monat)	200	100	50

- (a) Es wird angenommen, daß die Zykluslänge für alle Güter gleich lang sein muss, sodaß - gleiche Lieferzeiten für alle Güter vorausgesetzt - alle Güter immer jeweils zum gleichen Zeitpunkt angeliefert werden. Bestimmen Sie die optimalen (kostenminimalen) Bestellmengen, die optimale Zykluslänge und die minimalen Gesamtkosten für die Bestellung und Lagerung aller drei Güter.
- (b) Es wird angenommen, daß der Wert der gelagerten Güter (also das durch die Lagerung gebundene Kapital) einen Betrag γ nicht überschreiten soll. Bestimmen Sie die optimalen (kostenminimalen) Bestellmengen, die optimale Zykluslänge und die minimalen Gesamtkosten für $\gamma = 200$ Euro, $\gamma = 150$ Euro bzw. $\gamma = 30$ Euro.
21. Betrachten Sie ein serielles zweistufiges Lagersystem wie in der Vorlesung beschrieben mit $K_1 = 15000$ Euro, $K_2 = 500$ Euro, $h_1 = 20$ Euro, $h_2 = 22$ Euro und $r = 5000$. Bestimmen Sie eine optimale Bestellpolitik für jede Lagerstufe des zweistufigen Systems in dem Sie beide Lagerstufen simultan optimieren (vgl. Vorlesung). Vergleichen Sie die Ergebnisse mit den Ergebnissen einer Optimierung, die die optimale Bestellpolitik für jede Lagerstufe separat bestimmt.
22. Betrachten Sie ein serielles mehrstufiges Lagersystem (vgl. Vorlesung) mit 5 Lagerstufen und fixen Bestellkosten bzw. Lagerungskosten pro Stufe gegeben in der untenstehenden Tabelle. Die konstante Abgangsrate ist $r = 1000$. Bestimmen Sie eine Bestellpolitik für jede Lagerstufe des Systems mit Hilfe des in der Vorlesung beschriebenen Verfahrens. Tragen Sie ähnlich wie in der Vorlesung alle Zwischenergebnisse der relaxierten und revidierten Probleme in einer Tabelle ein. Geben Sie eine obere Grenze für die prozentuelle Abweichung der minimalen Gesamtkosten (bestehend aus den fixen Bestellkosten und aus den Lagerungskosten) von den Gesamtkosten einer wie oben beschrieben erhaltenen Bestellpolitik.

Lagerstufe i	K_i (in Euro)	h_i (in Euro)
1	125000	2
2	20000	10
3	6000	15
4	10000	20
5	250	30