

Beispiel

Spiele in jeder Spielrunde werden alle erwarteten Gewinne mit Wahrsch. $\frac{1}{2}$, oder alle verloren, mit Wahrsch. $\frac{1}{3}$.
 Wette: Angenommen 3 Wetten werden 3 Spielrunden zu 5 Wetten
 gemacht.

Periode n : $n = 1, 2, 3$ m_n : Anzahl Wetten die in Runde n eingezahlt werden

$n = 1, 2, 3$ x_n : Anteil eines in Runde n des Spielers an

Ende der Spielrunde j : $0 \leq x_n \leq 1$

$x_0 = 3$

$n = 1, 2, 3$ $g_n(x_{n-1}, u_n)$ - Wahrscheinlichkeit, dass ein Spieler die

3 Spielrunden 5 Wetten oder mehr besitzt
 wenn er am Anfang der Runde n x_{n-1} besitzt
 in Runde n u_n Wetten einsetzt und weder
 mit optimalen Entscheidungen trifft.

$$g_n^*(x_{n-1}) = \max_{u_n \in M_n} g_n(x_{n-1}, u_n)$$

wobei

$$g_n^*(x_3) = \begin{cases} 0 & x_3 < 5 \\ 1 & x_3 \geq 5 \end{cases}$$

$$x_n = \begin{cases} x_{n-1} + u_n & \text{falls Gewinn} \\ x_{n-1} - u_n & \text{falls Verlust} \end{cases}$$

$$g_n(x_{n-1}, u_n) = \frac{1}{3} g_{n+1}^*(x_{n-1} - u_n) + \frac{2}{3} g_{n+1}^*(x_{n-1} + u_n)$$

Dynamische Programmierung

$$\text{für } n=1, 2, 3 \quad g_n^*(x_{n-1}) = \max_{u_n \in M_n} \left\{ \frac{1}{3} g_{n+1}^*(x_{n-1} - u_n) + \frac{2}{3} g_{n+1}^*(x_{n-1} + u_n) \right\}$$

Ziel: $g_1^*(3) = ?$

$$\text{1. Iteration } g_1^*(x_2) = \max_{u_3 \in M_3} \left\{ \frac{1}{3} g_4^*(x_2 - u_3) + \frac{2}{3} g_4^*(x_2 + u_3) \right\}$$

~~g~~

$$g_1^*(4) = 1$$

$$g_2^*(2) = 1 \text{ oder } 2$$

$$x_1 = \begin{cases} x_0 + u_1^* = 4 \text{ falls Gewinn} \\ x_0 - u_1^* = 2 \end{cases}$$

$$u_1^* = 1$$

$$g_1^*(3) = 2 \text{ oder } 7$$

$g_1(x_0, u_1)$	u_1	$x_0 = 3$
	0	$\frac{2}{3}$
	1	$\frac{2}{3}$
	2	$\frac{3}{2}$
	3	$\frac{3}{2}$

3. Iteration

$g_2(x_1, u_2)$	x_1	0	1	2	3	4	5
	0	0	0	0	0	0	0
	1	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$
	2	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$
	3	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$
	4	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$
	5	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$

$g_2^*(x_1)$	u_2	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0
	1	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$
	2	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$
	3	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$
	4	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$
	5	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$

$$\text{max } \left\{ \begin{array}{l} g_1^*(x_1) \\ g_2^*(x_1) \end{array} \right. \text{ mit } \begin{cases} u_2 \in N_0 \\ u_2 \leq u_1 \end{cases}$$

2. Iteration

$g_3(x_2, u_3)$	x_2	0	1	2	3	4	5
	0	0	0	0	0	0	0
	1	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0
	4	0	0	0	0	0	0
	5	1	0	0	0	0	0

$g_3^*(x_2)$	u_3	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0
	1	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0
	4	0	0	0	0	0	0
	5	1	0	0	0	0	0

D.2. $n_2^* = \begin{cases} 1 & \text{falls 1. Runde gewonnen,} \\ \text{oder 2 falls 1. Runde verloren.} \end{cases}$

~~$x_2^* = \begin{cases} x_1^* + n_2^* \\ x_1^* - n_2^* \end{cases}$~~
 falls 2. Runde gewonnen
 falls 3. Runde verloren

D.1. $x_2^* = \begin{cases} 4+1=5 & \text{falls 1. u. 2. Runde gewonnen.} \\ 4-1=3 & \text{falls 1. Runde gewonnen u. 2. Runde} \\ & \text{verloren.} \\ 2+1=3 & \text{falls 1. Runde 2 Gewinnen.} \\ 2-1=1 & \text{falls beide Runden verloren.} \end{cases}$
 $(2-2)$
 $(2+2)$

$n_3^*(5) = 0$
 $n_3^*(3) = 0 \text{ oder } 3$
 $n_3^*(4) = 1, 2, 3 \text{ oder } 4$
 $n_3^*(1) = 0 \text{ oder } 1$
 $n_3^*(0) = 0$

D.1. $n_3^* = \begin{cases} 0 & \text{falls 1. u. 2. Runde gewonnen.} \\ 2 \text{ oder } 3 & \text{falls 1. Runde gew. und 2. Runde} \\ & \text{verloren.} \\ 2 \text{ oder } 3 & \text{falls 1. Runde gew. in der zweiten Runde} \\ & \text{und 2. Runde verliert in der 2. Runde} \\ & \text{und 2. Runde gewinnt in der 2. Runde} \\ & \text{falls beide verloren und} \\ & \text{falls 1. Runde gewonnen und} \\ & \text{2. Runde verliert in der 2. Runde} \\ & \text{falls beide verloren und} \\ & \text{2. Runde gewinnt in der 2. Runde} \end{cases}$

Zerlegen in Formung
 Wahrsch. dass der Spieler seine Wette gewinnt ist $\frac{20}{27}$
 $n_1^* = 1, n_2^* = \begin{cases} 1 \text{ oder } 2 & \text{falls 1 Runde gewonnen} \\ 1 \text{ oder } 2 & \text{falls 1 Runde verloren} \end{cases}$
 n_3^* nicht