Name: **Matrikelnr./Kennzahl:**

Operations Research

25. Februar 2009

Aufgabe:	1	2	3	4		
Punkte:	5	5	5	5		
					=	*Punkte*

Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!

1. Formulieren und lösen Sie das untenstehende Probleme als dynamisches Optimierungsproblem:

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1^3 + 2x_2^2 + 20x_3 \\ \text{u.d.NB.} \quad & \\ & x_1 x_2 x_3 \leq 5 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 1 \end{aligned}$$

   für die folgenden zwei Fälle:

   (a) x_1, x_2, x_3 sind ganzzahlig: $x_i \in \mathbb{Z}$, $i = 1, 2, 3$.

   (b) x_1, x_2, x_3 sind reelle Zahlen: $x_i \in \mathbb{R}$, $i = 1, 2, 3$.

2. Ein kleines Unternehmen erstellt einen Produktionsplan für die nächsten fünf Monate. Die Nachfrage ist an Stcükzahlen gegeben und muss am Ende des jeweiligen Monats erfüllt werden.

	1. Monat	2. Monat	3. Monat	4. Monat	5. Monat
Bedarf (in Stücke)	2	4	2	2	3

   Die fixen Produktionskosten betragen 4000 Euro, die variablen Produktionskosten betragen 1000 Euro pro Stück und die Lagerungskosten betragen 300 Euro pro Stück und Monat. Das Unternehmen kann maximal 7 Produkteinheiten pro Monat herstellen und auf Lager halten. Die Herstellung erfolgt in Gruppen (sogenannte "batches") und jeder Produktionslauf dauert 1 Monat. Lösen Sie dieses Problem mit Hilfe des Verfahrens von Wagner und Whitin. Bestimmen Sie *alle* optimalen Herstellungs- bzw. Lagerungsstrategien.

3. Betrachten Sie ein zweiperiodiges stochastisches stationäres Lagerhaltungsproblem, das dem mehrperiodigen stochastischen stationären Lagerhaltungsmodell A bzw. B aus der Vorlesung entspricht. Die Nachfrage R sei exponentialverteilt, $R \sim Exp(0.2)$ mit Dichtefunktion

$$f_R(x) = \begin{cases} \frac{e^{-0.2x}}{5} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

Die weiteren Parameter des Problems seien folgendermaßen gegeben: $c = 1$ Euro/Mengeneinheit, $K = 5$ Euro, $h = 3$ Euro pro Mengeneinheit und Periode, $p = 4$ Euro pro Mengeneinheit und Periode und $\alpha = 0.9$. Bestimmen Sie einen optimalen Bestellplan für die beiden zugrundeliegenden Modelle A und B und errechnen Sie die jeweiligen oberen und unteren Schranken für die optimale Bestellgrenze bzw. Bestellmenge in jeder Periode. Fassen Sie alle diese Ergebnisse in tabelarischer Form zusammen (vgl. Vorlesung).

4. Seien $x^{(1)} = (1, 1)$, $x^{(2)} = (1, 4)$ and $x^{(3)} = (4, 4)$ drei Punkte in $\mathbb{R}^2$. Das Standortproblem besteht darin ein Punkt $x^* \in \mathbb{R}^2$ zu bestimmen, sodass die Summe der gewichteten quadrierten Abstände zwischen x^* und $x^{(i)}$, $i = 1, 2, 3$, minimiert wird. Seien $w_1 = (1, 1, 1)$ und $w_2 = (2, 1, 4)$ zwei Gewichtsvektoren. Bestimmen Sie ob die Punkte $(2, 2) \in \mathbb{R}^2$ and $(2, 3) \in \mathbb{R}^2$ Pareto optimal bzw. strikt Pareto optimal im Sinne des Standortproblems mit den zwei obigen Gewichtsvektoren sind.

   Hinweis: Verwenden Sie die Charakterisierung der (strikten) Pareto-Optimalität anhand von Niveau-Mengen und (strikten) Niveau-Kurven (vgl. Übungsbeispiel 29).