Operations Research WS 2013/2014

4. Übungsblatt - Lagerhaltung

19. Es wird angenommen, dass die Nachfrage nach Fernsehgeräten saisonalen Schwankungen unterliegt. Für die Weihnachtssaison (Oktober bis Dezember) wird ein Absatz in Höhe von 30000 Geräten prognostiziert. Für die Winterperiode (Jänner bis März) wird ein schwächerer Absatz von 20000 Geräten, für den Frühling (April bis Juni) 30000 und für den Sommer (Juli bis September) ein Absatz in Höhe von 20000 Geräten prognostiziert. Der Fernsehhersteller produziert die Lautsprecher, die in die Fertigung seiner Fernsehgeräte eingehen, selbst. Die Rüstkosten und die Stückkosten für die Lautsprecherproduktion betragen 20000 Euro bzw. 1 Euro/Stück. Die Lagerungskosten eines Lautsprechers betragen 0.2 Euro pro Zeitperiode (3 Monate). Die Lautsprecher müssen in Produktionseinheiten von jeweils 10000 Stück gefertigt werden. Die Produktion der Fernsehgeräte muss eine Periode bevor sie benötigt werden abgeschlossen sein. ZB. die 30000 Geräte, die für die Weihnachtssaison benötigt werden, müssen in der Zeit von Juli bis September hergestellt werden. Die Lautsprecher werden erst zuletzt in die Fernsehgeräte eingebaut und können innerhalb sehr kurzer Zeit in großen Mengen hergestellt werden, sodaß angenommen werden kann, daß die Produktion und der nachfolgende Einbau ohne Verzögerung stattfinden. Es ist nun für jede Periode die Produktionsmenge der Lautsprecher festzulegen, die die Gesamtkosten minimiert und die Bedarfsdeckung sicherstellt. Lösen Sie dieses Problem mit Hilfe des Verfahren von Wagner und Whitin.

20. Betrachten Sie die Situation, in der ein spezielles Produkt hergestellt und solange gelagert wird, bis es im nachfolgenden Produktionsprozess eingesetzt wird. Die Anzahl der in den nächsten drei Monaten benötigten Einheiten sowie die Rüstkosten und die regulären Produktionskosten in den einzelnen Monaten entnehmen Sie nachfolgender Aufstellung.

Monat	Bedarf	Rüstkosten (Euro)	Reguläre Stückkosten (Euro)
1	1	5	8
2	3	10	10
3	2	15	9

Derzeit liegt eine Einheit auf Lager; am Ende der drei Monate sollen zwei Einheiten im Lager sein. Innerhalb der regulären Produktionszeit können jeden Monat maximal drei Einheiten hergestellt werden. Eine weitere Einheit kann im Überstundenbetrieb gefertigt werden, wofür zusätzlich zu den regulären Produktionskosten Überstundenkosten in Höhe von 2 Euro anfallen. Die Lagerkosten betragen 2 Euro pro Einheit und Lagermonat. Fehlmengen sind nicht erlaubt.

Verwenden Sie die dynamische Optimierung, um zu bestimmen wieviele Einheiten in jedem Monat produziert werden sollen, damit die Gesamtkosten minimiert werden. Kann hierfür ein Wagner-Whitin-ähnliches Verfahren herangezogen werden?

21. Betrachten Sie ein deterministisches dynamisches Lagerhaltungsmodell bei dem die fixen Bestellkosten K_i, die Stückpreise c_i und die Lagerungskosten h_i von der Periode i abhängen und von Periode zu Periode variieren. Auf dieses Modell wird ein Wagner-Whitin-ähnliches Verfahren angewendet. Es wird angenommen, dass die Folge der (periodenabhängigen) fixen Bestellkosten monoton wachsend ist: $K_1 \leq K_2 \leq \ldots \leq K_n$. Sei $k_i^* + 1$ der Index jener Periode, in der unter einer optimalen Bestellpolitik die Lieferung für Periode i erfolgen soll, $i = 1, 2, \ldots, n$, $0 \leq k_i^* \leq i-1$, (siehe auch Vorlesung; dort wird dieselbe Notation verwendet). Gelten hier die Ungleichungen $k_1^* \leq k_2^* \leq \ldots \leq k_n^*$? Welche (weiteren) Eingenschaften müssen die Parameter des Problems erfüllen, sodass die obigen Gleichungen gelten?

22. Betrachten Sie ein Lagerhaltungsmodell mit drei gelagerten Gütern. Die fixen Bestellkosten K_i, die Stückkosten c_i, die Lagerungskosten h_i pro Stück und Monat sowie die Verbrauchsraten μ_i für Gut i, $i = 1, 2, 3$, sind in der nachstehenden Tabelle gegeben:

	Gut 1	Gut 2	Gut 3
K (in Euro)	40	10	45
c (in Euro pro Stück)	0.5	1	0.25
h (in Euro pro Stück und Monat)	0.1	0.2	0.05
μ (in Stück pro Monat)	200	100	50

(a) Es wird angenommen, daß die Zykluslänge für alle Güter gleich lang sein muss, sodaß - gleiche Lieferzeiten für alle Güter vorausgesetzt - alle Güter immer jeweils zum gleichen Zeitpunkt angeliefert werden. Bestimmen Sie die optimalen (kostenminimalen) Bestellmengen, die optimale Zykluslänge und die minimalen Gesamtkosten für die Bestellung und Lagerung aller drei Güter.

(b) Es wird angenommen, daß der Wert der gelagerten Güter (also das durch die Lagerung gebundene Kapital) einen Betrag γ nicht überschreiten soll. Bestimmen Sie die optimalen (kostenminimalen) Bestellmengen, die optimale Zykluslänge und die minimalen Gesamtkosten für $\gamma = 200$ Euro, $\gamma = 150$ Euro bzw. $\gamma = 30$ Euro.

23. Betrachten Sie ein serielles zweistufiges Lagersystem wie in der Vorlesung beschrieben mit $K_1 = 15000$ Euro, $K_2 = 500$ Euro, $h_1 = 20$ Euro, $h_2 = 22$ Euro und $r = 5000$. Bestimmen Sie eine optimale Bestellpolitik für jede Lagerstufe des zweistufigen Systems in dem Sie beide Lagerstufen simultan optimieren (vgl. Vorlesung). Vergleichen Sie die Ergebnisse mit den Ergebnissen einer Optimierung, die die optimale Bestellpolitik für jede Lagerstufe separat bestimmt.

24. Betrachten Sie ein serielles mehrstufiges Lagersystem (vgl. Vorlesung) mit 5 Lagestufen und fixen Bestellkosten bzw. Lagerungskosten pro Stufe gegeben in der untenstehenden Tabelle. Die konstante Abgangsrate ist $r = 1000$. Bestimmen Sie eine Bestellpolitik für jede Lagerstufe des Systems mit Hilfe des in der Vorlesung beschriebenen Verfahrens. Tragen Sie ähnlich wie in der Vorlesung alle Zwischenergebnisse der relaxierten und revidierten Probleme in einer Tabelle ein. Geben Sie eine obere Grenze für die prozentuelle Abweichung der minimalen Gesamtkosten (bestehend aus den fixen Bestellkosten und aus den Lagerungskosten) von den Gesamtkosten einer wie oben beschrieben erhaltenen Bestellpolitik.

Lagerstufe i	K_i (in Euro)	h_i (in Euro)
1	125000	2
2	20000	10
3	6000	15
4	10000	20
5	250	30

25. Es wird vermutet, dass die Nachfrage nach einem Ersatzteil eines veralteten Flugzeugmodells exponentialverteilt mit Erwartungswert gleich 50 sei. Die Produktion des veralteteten Modells wird in einem Jahr eingestellt und so auch die Produktion der modellspezifischen Ersatzteile, d.h. die gesamte Produktion der eventuell benötigten Ersatzteile sollte idealerweise noch im laufenden Jahr stattfinden. Die Produktionskosten sind mit 1000$ pro Stück angegeben, wenn die Produktion im laufenden Jahr stattfindet. Sollte eine Produktion jedoch zu einem späteren Zeitpunkt erfolgen, so betragen die Produktionskosten 10000 $ pro Stück. Es fallen jedenfalls keine (expliziten) Rüstkosten an. Die Lagerungskosten für die am Ende der einjährigen Periode übriggebliebenen Ersatzteile werden mit 300$ pro Stück geschätzt.

(a) Bestimmen Sie die optimale Anzahl der zu produzierenden Ersatzteile im Sinne eines stochastischen einperiodigen Modells.

(b) Bestimmen Sie die optimale Anzahl der zu produzierenden Ersatzteile unter der Annahme, dass vom besagten Ersatzteil noch 23 Stuck vorhanden sind.

(c) Es wird angenommen, dass die Fehlmengenkosten zum gegebenen Zeitpunkt noch nicht abgeschätzt werden können. Wieviele Ersatzteile sollen produziert werden, sodass am Ende der einjährigen Periode mit Wahscheinlichkeit höchstens 0.1 eine Fehlmenge realisiert wird?

(d) Betrachten Sie nochmals das ursprüngliche Modell in dem Fehlmengenkosten vorliegen. Angenommen die im Punkt (c) errechnete Losgröße ist optimal für dieses Modell. Welche sind die dazugehörigen implizierten Fehlmengenkosten?