

3. Übungsblatt - Dynamische Optimierung

15. Wir betrachten ein unendlichstufiges dynamisches Optimierungsproblem mit Diskontierungsfaktor $\alpha \in (0, 1)$. Seien die Menge der zulässigen Zustände \mathcal{X} und die Menge der zulässigen Entscheidungen \mathcal{U} als $\mathcal{X} = \{0, 1, 2\}$ bzw. $\mathcal{U} = \{0, 1, 2\}$, $\forall x \in \mathcal{X}$, gegeben. Weiters seien die Übergangsfunktion und die einstufige Kostenfunktion durch $z(x, u) = (x+u) \bmod 3$ bzw. $r(x, u) = \gamma u^2 - \beta(x+1)$, mit $\gamma > 0$, $\beta > 0$, gegeben. Unter welchen Bedingungen für die Parameter γ und β bricht die Politikiteration schon nach der zweiten Iteration mit einer optimalen Lösung des Problems ab? Wie lässt sich dieses Ergebnis interpretieren?

(α ist hier als gegebene Konstante aus $(0, 1)$ zu betrachten. Die oben genannten Bedingungen sollen in Abhängigkeit von α hergeleitet werden.)

16. Die Nachfrage nach einem Produkt beträgt 650 Einheiten pro Woche. Die Auslieferung erfolgt gleichmäßig. Das Produkt muss bestellt werden, wofür fixe Bestellkosten von 25 Euro anfallen. Die Stückkosten betragen 3 Euro pro Stück und die Lagerhaltungskosten 0.005 Euro pro Stück und Woche.

- (a) Es wird angenommen, dass Fehlmengen nicht erlaubt sind. Bestimmen Sie, wie oft ein Produktionslauf durchzuführen ist und welche Menge produziert werden sollte.
- (b) Es wird angenommen, dass Fehlmengen erlaubt sind und die Fehlmengenkosten 3 Euro pro Stück und Woche betragen. Bestimmen Sie wie oft ein Produktionslauf durchzuführen ist und welche Menge produziert werden sollte.

17. MBI ist ein Hersteller von PCs. In jedem der von MBI hergestellten PCs wird ein DVD Laufwerk eingebaut, das MBI von einer anderen Firma namens Ynos kauft. MBI arbeitet rund um das Jahr (52 Wochen im Jahr) und baut 100 der oben erwähnten Laufwerke pro Woche ein. Die Lagerungskosten betragen 20% des Wertes der gelagerten Güter. Die Fixkosten für eine Bestellung bei Ynos betragen 1440 Euro unabhängig von der Bestellmenge. Was die Stückpreise betrifft bietet Ynos jedoch Mengenrabatte an. Der Stückpreis c wird als Funktion der Bestellmenge Q folgendermaßen angegeben:

$$c(Q) = \begin{cases} 100 & \text{Euro / Stück falls } 1 \leq Q \leq 99 \\ 95 & \text{Euro / Stück falls } 100 \leq Q \leq 499 \\ 90 & \text{Euro / Stück falls } Q \geq 500 \end{cases}$$

Bestimmen Sie die optimale Bestellmenge/Bestellpolitik im Sinne eines EOQ Modells mit Mengenrabatten. Es sind also die optimale Bestellmenge und die optimale Periodenlänge zu bestimmen. Wie viele Bestellungen werden bei optimaler Bestellpolitik im Jahr abgegeben? Wie hoch sind die dazugehörigen jährlichen Gesamtkosten?

18. Betrachten Sie das deterministische dynamische Lagerhaltungsproblem aus der Vorlesung und die Aussage des dazugehörigen Lemmas „Für jede Periode $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ gilt: entweder $x_{i-1}^* > 0$ und $u_i^* = 0$, oder $x_{i-1}^* = 0$ und $u_i^* > 0$ “. Gilt die Aussage des Lemmas auch wenn die Annahmen des Problems jeweils wie folgt modifiziert werden:

- (a) Der Lagerungskostenkoeffizient hängt von der Periode ab, d.h. die Lagerung einer Produkteinheit über eine Zeiteinheit lang kostet h_i Geldeinheiten in Periode i , $i \in \{1, 2, \dots, n\}$.
- (b) Die fixen Bestellkosten hängen von der Periode ab, d.h. eine Bestellung in Periode i verursacht fixe Bestellkosten K_i , $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, (unabhängig von der bestellten Menge).
- (c) Die variablen Bestellkosten hängen von der Periode ab, d.h. eine Bestellung in Periode i kostet c_i Geldeinheiten pro Produkteinheit, $i \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Gilt die Aussage des Lemmas, wenn die Annahmen des Problems wie in der Vorlesung beibehalten, jedoch Mengenrabatte berücksichtigt werden? D.h. die variablen Bestellkosten sind eine periodenunabhängige stückweise lineare Funktion der Gesamtmenge der Bestellung (vgl. Vorlesung).

Beweisen Sie in jedem Fall die Aussage des Lemmas oder geben Sie ein Gegenbeispiel an.