

Mathematik II M WM VT SS 2009

8. Übungsblatt

54. Sind die folgenden uneigentlichen Integrale konvergent? Berechnen sie ggf. deren Wert.

$$(a) \int_0^1 t^{-\frac{3}{4}} \ln t dt \qquad (b) \int_0^1 \frac{dx}{x \log x}$$

55. Berechnen Sie $G'(t)$ unter der Verwendung der Regel von Leibnitz für

$$G(t) = \int_t^{t^2} \frac{\sin(t^2(x+1) - 3)}{1+x} dx.$$

56. Berechnen Sie die Werte der folgenden Integrale, wobei der Bereich B beschränkt ist und von den angegebenen Kurven begrenzt wird:

$$(a) I = \int \int_B y dx dy, \quad y = x, xy = 4, x = 4,$$

$$(b) I = \int \int_B 1 dx dy, \quad y = \ln x, x - y = 1, x = e \cdot y.$$

57. Berechnen Sie das Doppelintegral

$$\int_{y=0}^1 \int_{x=y}^1 e^{x^2} dx dy$$

durch Vertauschen der Integrationsreihenfolge. (Stellen Sie den Integrationsbereich graphisch dar.)

58. Man berechne das dreifache Integral:

$$\int_{x=0}^{\pi} \int_{y=0}^1 \int_{z=0}^{1-y^2} 2y^3(y^2 + 2z) \sin(2x) dz dy dx.$$

59. Bestimmen Sie

$$\iint_B (xy^2 + 2x^3y) dx dy$$

für den Bereich B , der durch die Kurven

$$y = \frac{1}{x}, y = \frac{4}{x}, y = x^2, y = x^2 + 4$$

begrenzt ist.

(*Hinweis:* Wenden Sie eine Variablensubstitution der Form $u = \dots$, $v = y - x^2$ an.)

60. Berechnen Sie den Wert des Integrals

$$\int \int_B f(x, y) dx dy,$$

für die folgenden Funktionen f und Bereiche B

$$(a) f(x, y) = \sqrt{|y - x^2|} \text{ und } B = [-1, 1] \times [0, 2].$$

$$(b) f(x, y) = xy^2 \text{ und } B \text{ ist der von } y = -1, x = \sin \pi y \text{ und } y = (x+1)^3 \text{ begrenzte Bereich.}$$

61. Durch Übergang zu Polarkoordinaten ist der Flächeninhalt von $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2)$ (Lemniskate) zu berechnen.

62. Gesucht ist das Volumen des Bereichs über der xy -Ebene, der durch das Paraboloid $z = x^2 + y^2$ und den Zylinder $x^2 + y^2 = a^2$ begrenzt wird.