Mathematik II M WM VT SS 2009
6. Übungsblatt

38. Gegeben sei die Funktion f mit

$$f(x,y) = x^2 - 2x + y^2 - 2y.$$

   (a) Bestimmen Sie die lokalen Extrema von f und stellen Sie fest, ob ein Maximum oder ein Minimum vorliegt.

   (b) Bestimmen Sie die globalen Extrema von f im Bereich B, der von den Geraden $x = 0$, $y = 0$ und $x + y = 3$ begrenzt wird.

39. Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Minima und Maxima der Funktion

$$f(x,y) = y(1 - x^2 - y^2)$$

auf dem abgeschlossenen Halbkreis mit Radius 1, Mittelpunkt im Ursprung, der in der oberen Halbebene liegt.

40. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = 2x^2 - x^4 + 6(y+1)^2 - (y+1)^4.$$

   (a) Bestimmen Sie alle lokalen Extrema und deren Typ.

   (b) Bestimmen Sie weiters alle globalen Extrema im Bereich, der durch die Bedingungen $-2 \leq x \leq 2$ und $-4 \leq y \leq 2$ vorgegeben wird.

41. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = \frac{x^2 + y^2}{1 + x^2 + y^2}.$$

Bestimmen Sie die lokalen und globalen Extrema von f (inkl. Typangabe und zugehörigem Funktionswert)

   (a) für $(x,y) \in \mathbb{R}^2$,

   (b) unter der Nebenbedingung

$$g(x,y) = y - \frac{1}{2x} = 0.$$

42. Bestimmen Sie die Extremwerte und deren Typ von $g(x,y,z) = 3x^2 + 2y^2 + 4z^2$ unter der Bedingung $x + 2y = 8$ und $y - z = 3$, mit der expliziten Einsetzmethode sowie der Lagrange'schen Multiplikatorenregel.

43. Bestimmen Sie die Punkte kürzesten Abstands vom Nullpunkt zur Kurve

$$x^2 + 8xy + 7y^2 = 225.$$

44. Bestimmen Sie das Volumen der größten geraden Pyramide mit rechteckiger Basis, Spitze im Punkt $(0,0,-c)$ und Ecken auf dem Ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.