

Mathematik II M WM VT SS 2009

5. Übungsblatt

32. (a) Bestimmen Sie das Taylorpolynom zweiten Grades der Funktion

$$f(x, y, z) = e^{\frac{y}{2} + 4z^2} x^2,$$

im Entwicklungspunkt $(1, 0, 0)$.

- (b) Welcher absolute bzw. relative Fehler wird gemacht, wenn der Funktionswert $f(1.1, 0.1, 0.2)$ mit Hilfe des Taylorpolynoms zweiten Grades wie in Punkt (a) approximiert wird?

33. Bestimmen Sie die Hesse-Matrix H_f der Funktion $f(x, y) = x^3 + xy^2$. Für welche Paare $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ ist H_f positiv bzw. negativ definit oder indefinit?

34. Bestimmen Sie alle kritischen Punkte der Funktion $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$. Geben Sie jeweils an, ob es sich um ein Maximum, ein Minimum oder um einen Sattelpunkt handelt.

35. Bestimmen Sie alle lokalen Extrema der Funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = y^2 e^x - y^2 + \frac{1}{2} x^2 - x.$$

inklusive deren Typ (Maximum oder Minimum). Geben Sie auch die Extremwerte der Funktion f an.

36. Bestimmen Sie die Jakobi-Matrix der Transformation f von Kugelkoordinaten in kartesischen Koordinaten in \mathbb{R}^3 :

$$f: [0, +\infty) \times [0, 2\pi) \times [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^3 \text{ mit } f(r, \phi, \theta) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

und $x = r \cos \phi \sin \theta$, $y = r \sin \phi \sin \theta$, $z = r \cos \theta$.

37. Bestimmen Sie für die Funktion

$$f(x, y) = \frac{y^2}{2} \ln(x+3) + \frac{9}{2} x^2 \text{ für } x > -3, y \in \mathbb{R}$$

die lokalen Extrema (inkl. Typ) und die Sattelpunkte.