

Mathematik II M WM VT SS 2009

13. Übungsblatt

103. Bestimmen Sie alle Lösungen der Differentialgleichung

$$y''' - y'' - y' + y = 24xe^x + 4 \cos x.$$

104. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x^3 y''' + 3x^2 y'' - 2xy' + 2y = 0.$$

105. Lösen Sie das folgende System linearer Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned}x_1' &= 2x_1 + 5x_2 + 6 \\x_2' &= -x_1 - 4x_2 + 3 \\x_1(0) &= -11, x_2(0) = \frac{14}{5}\end{aligned}$$

in dem Sie Eigenwerte und Transformation auf Hauptachsenform verwenden.

106. Lösen Sie das folgende System linearer Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned}x_1' &= -2x_1 - 4x_2 \\x_2' &= -x_1 + x_2 - 10e^{-3t} + 5 \cos 2t + \sin 2t \\x_1(0) &= 3, x_2(0) = \frac{5}{4}\end{aligned}$$

107. Lösen Sie das Differentialgleichungssystem

$$\dot{x} = Ax + b(t); \quad A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \quad b(t) = \begin{pmatrix} e^{2t} \\ e^{2t} \end{pmatrix}$$

mit der Anfangsbedingung

$$\begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

108. Lösen Sie das Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned}y_1' &= 15y_1 - 28y_2 + 3x \\y_2' &= 6y_1 - 11y_2 - 1\end{aligned}$$

durch Rückführung auf eine Differentialgleichung zweiter Ordnung,

109. Betrachtet wird das System linearer Differentialgleichungen $\dot{x} = Ax + b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

(a) Lösen Sie dieses System.

(b) Schreiben Sie dieses System als lineare Differentialgleichung 3. Ordnung.