

Name:

Matrikelnummer:

2. Übungsklausur - Kombinatorische Optimierung 1

WS 2010-2011

28. Jänner 2011

<i>Aufgabe:</i>	1	2	3	4
<i>Punkte:</i>	2	3	2	3
	= <i>Punkte</i>			

Alle Rechen- bzw. Argumentationsschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen!

1. Berechnen Sie mit Hilfe des Push-Relabel Algorithmus einen maximalen Fluss von der Quelle zur Senke für das Netzwerk in Abbildung 1. Die Zahlen an den Kanten sind die jeweiligen Kapazitäten. Implementieren Sie den Algorithmus so, dass die Untersuchung der aktiven Knoten und deren Verwendung in Push/Relabel Operationen einer fallenden Sortierung der Distanzmarkierungswerte entspricht.

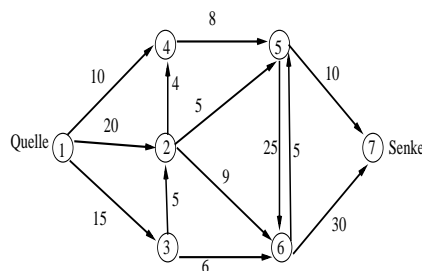


Abbildung 1: Netzwerk zu Aufgabe 1

2. Betrachten Sie das minimalen Kosten-Fluss-Problem in Abbildung 2. Die Zahlen neben den Knoten sind die Balance-Werte. Die Zahlen neben den Kanten sind die Kosten. Die Kapazität jeder Kante ist unendlich. Führen Sie zwei Skalierung-Phasen des Kapazität-Skalierung-Algorithmus durch. Die kürzesten Wegen brauchen nicht nachvollziehbar berechnet sondern können auch durch Inspektion des Netzwerks ermittelt werden.
3. Ein Händler hat folgendes Problem. In jede Periode eines Planungshorizonts mit Länge T kann er ein bestimmtes Produkt verkaufen, kaufen oder bis zu einem späteren Verkauf lagern. In Periode i , $1 \leq i \leq T$, kann der Händler höchstens α_i Produkteinheiten kaufen und höchstens β_i Produkteinheiten lagern. Weiters muss der Händler in Periode i , $1 \leq i \leq T$, mindestens γ_i Einheiten des Produkts verkaufen (z.B. aufgrund von früher

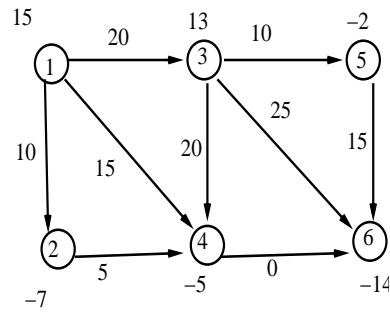


Abbildung 2: Netzwerk zu Aufgabe 2

eingegangenen Verpflichtungen). Sei s_i der Einkaufspreis, w_i der Preis für die Lagerung, und p_i der Verkaufspreis für eine Produkteinheit, jeweils in Periode i , $1 \leq i \leq T$. Das Ziel des Händlers ist, sein Profit am Ende des Planungshorizonts zu maximieren. Modellieren Sie dieses Problem als minimales Kosten-Fluss-Problem.

4. Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph.
 - (a) Sei M ein beliebiges Matching in G . Zeigen Sie, dass es ein maximales Matching M^* in G gibt, das alle Knoten matcht, die von Matching M gematcht werden.
 - (b) Sei $e = (u, v)$ eine Kante in G und sei der Grad von u mit $\deg_G(u) = 1$ gegeben. Zeigen Sie, dass es in G ein maximales Matching M^* mit $e \in M^*$ gibt.
 - (c) Seien $A, B \subseteq V$ zwei nicht notwendigerweise disjunkte Mengen von Knoten mit $|A| < |B|$. Seien M_A und M_B zwei Matchings in G , sodass M_A alle Knoten aus A und M_B alle Knoten aus B matcht. Beweisen Sie, dass es in G ein Matching M gibt, das alle Knoten in A und mindestens einen Knoten aus B matcht.