

Grundbegriffe der Mathematik, WS 2009/2010, 1. Übungsblatt

1. Welcher der folgenden Ausdrücke ist eine Aussage?

- (a) Wien ist die Hauptstadt Österreichs.
- (b) Ist n gerade, dann ist $n + 2$ ungerade.
- (c) $x > y$

2. Sind folgende Aussagen Tautologien, oder Kontradiktionen, oder weder noch?

- (a) $(a \vee \neg a) \wedge (b \vee \neg b)$
- (b) $(a \wedge \neg a) \wedge (b \leftrightarrow \neg b)$
- (c) $(p \wedge \neg p) \wedge (((q \vee \neg q) \rightarrow p) \leftrightarrow q)$.

3. Finden Sie einen logischen Ausdruck A (nur mit \neg , \wedge und \vee), der folgender Wahrheitstafel genügt:

p	q	A
F	F	F
F	W	W
W	F	W
W	W	F

4. Bringen Sie $(p \wedge \neg q) \wedge ((q \vee \neg q) \rightarrow p)$ auf

- (a) konjunktive
- (b) disjunktive

Normalform.

5. Stellen Sie die Wahrheitstabellen für die folgenden logischen Ausdrücke auf:

- (a) $\neg(A \vee \neg B)$,
- (a) $A \rightarrow (\neg A \vee \neg B)$.

6. Kommissar X weiß über die 4 Tatverdächtigen P , Q , R und S :

- (a) P ist genau dann schuldig, wenn Q unschuldig ist.
- (b) R ist genau dann unschuldig, wenn S schuldig ist.
- (c) Falls S Täter ist, dann auch P und umgekehrt.
- (d) Falls S schuldig ist, dann ist Q beteiligt.

Wer ist der Täter?

7. Drei Personen A , B , C machen folgende Aussagen:

- (a) A : Wenn B lügt, sagt C die Wahrheit.
- (b) B : C lügt.
- (c) C : A lügt.

Wer lügt und wer sagt die Wahrheit?

8. Verneinen Sie die Aussage $\exists a \in \mathbb{R}: \forall b \in \mathbb{R}: f(a) = f(b) \leftrightarrow a^2 = b$.
(In der Antwort soll kein \neg mehr vorkommen, wohl erlaubt ist \neq .)

9. Drücken Sie folgende Mengen durch Angabe einer Eigenschaft formal aus:

(a) $M = \{1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, \dots\}$,

(b) $M = \{1, 3, 9, 27, 81, 243, \dots\}$,

(c) $M = \{1/2, 1/3, 1/5, 2/7, 1/11, 1/13, 1/17, 1/19, 1/23, 1/29, 1/31, \dots\}$.

10. Sei $M = \{\emptyset, \{a\}, \{b, c\}\}$. Wie viele Elemente enthält die Potenzmenge von M ?

11. Welche der folgenden Aussagen sind allgemeingültig? Geben Sie für wahre Aussagen einen Beweis und zu falschen Aussagen ein Gegenbeispiel an.

(a) $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$,

(b) $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus B$,

(c) $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \setminus C)$,

(d) $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$.

12. Wahr oder Falsch? Geben sie einen Beweis oder ein Gegenbeispiel zu folgender Aussage an:
Für alle Mengen A und B gilt: Wenn $\mathcal{P}(B) \setminus \mathcal{P}(A) = \emptyset$, so gilt $B \subseteq A$.