

Diskrete Mathematik, WS 2012/2013, 9. Übungsblatt

41. (a) Finden Sie alle Graphen mit ≤ 6 Knoten, in denen jeder Knoten den Grad 2 hat.
- (b) Finden Sie alle paarweise nicht isomorphen Bäume mit 5 Knoten.
42. Das Komplement eines Graphen $G = (V, E)$ ist der Graph $G^C = (V, E')$, wobei E' genau jene Kanten enthält, die nicht in E vorkommen.
- (a) Zeigen Sie: Wenn zwei Graphen isomorph sind, so sind auch ihre Komplemente isomorph.
- (b) Wie viele Kanten hat ein Graph mit n Knoten der zu seinem Komplement isomorph ist? Kann ein Graph mit 10 Knoten zu seinem Komplement isomorph sein?
43. Sei T ein Baum auf n Knoten, in dem kein Knoten Grad 2 hat. Zeigen Sie, dass für die Länge d eines längsten Pfades in T die Ungleichung $d \leq \frac{n}{2}$ gilt.
44. Eine offene Euler-Tour in einem Graphen ist ein Weg, der jede Kante des Graphen genau einmal enthält und dessen Anfangs- und Endknoten verschieden sind. Stellen Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür auf, dass ein Graph eine offene Euler-Tour enthält. Überprüfen Sie Ihr Ergebnis an den beiden Graphen in Abbildung 1.
45. Der vollständige bipartite Graph $K_{a,b}$ besteht aus der Knotenmenge $A \cup B$ mit $|A| = a \geq 1$ und $|B| = b \geq 1$, sodass $A \cap B = \emptyset$ und aus allen Kanten $\{a, b\}$ mit $a \in A$ und $b \in B$.
- (a) Charakterisieren Sie alle Paare $(a, b) \in \mathbb{N}^2$, für die $K_{a,b}$ einen Eulerschen Kreis besitzt.
- (b) Charakterisieren Sie alle Paare $(a, b) \in \mathbb{N}^2$, für die $K_{a,b}$ einen Hamiltonschen Kreis besitzt.

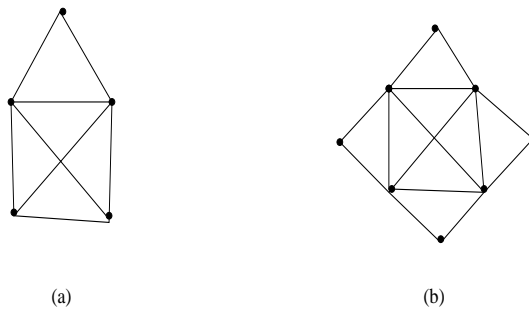


Abbildung 1: Graphen für Aufgabe 44