Diskrete Mathematik, WS 2012/2013, 13. Übungsblatt

61. Zeigen Sie durch ein kombinatorisches Argument: $\binom{2n}{3} = 2\binom{n}{3} + 2n\binom{n}{2}$.

62. Beweisen Sie: $\sum_{k=0}^{n} \binom{m+k}{k} = \binom{m+n+1}{n}$, für $m \in \mathbb{N}$ und $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$. Stellen Sie das Ergebnis im Pascalschen Dreieck dar.

63. Seien A und B zwei Mengen mit $|A| = n$ und $|B| = n+2$. Bestimmen Sie die Anzahl
    (a) der Funktionen von A nach B;
    (b) der injektiven Funktionen von A nach B;
    (c) der surjektiven Funktionen von B nach A.

64. Wie viele Nationalflaggen mit drei horizontalen Streifen kann man aus den Farben weiß, schwarz, rot, blau, grün und gelb bilden? Zwei benachbarte Streifen müssen dabei immer verschiedenfärbig sein; der oberste und der unterste Streifen dürfen aber gleichfärbig sein (zum Beispiel rot-weiß-rot).
    Wie viele derartige Flaggen mit vier horizontalen Streifen gibt es?

65. Wie viele Möglichkeiten gibt es, fünf (unterscheidbare) Frauen und sieben (unterscheidbare) Männer so in einer Reihe aufzustellen, dass keine zwei Frauen nebeneinander stehen?

66. Wie viele k elementige Teilmengen von $[n] := \{1, 2, \ldots, n\}$ gibt es, die keine zwei aufeinander folgende Zahlen enthalten?