Name: **Matrikelnr./Kennzahl:**

Diskrete Mathematik

31. Jänner 2009

Aufgabe:	1	2	3	4	5		
Punkte:	6	4	5	5	5		
						=	*Punkte*

Bitte beachten:

- Alle Rechenschritte sind anzugeben und alle Antworten sind zu begründen!
- Schreiben Sie jedes Beispiel auf ein eigenes Blatt und beschriften Sie jedes Blatt mit der Beispielnummer, mit ihrem Namen und ihrer Matrikelnummer. Nummerieren Sie die Blätter zu jedem Beispiel und geben Sie auch die Anzahl der Blätter zu jedem Beispiel an.
- Bitte kreuzen Sie den gewünschten Termin für die mündliche Prüfung an:

KW 6	KW 7	KW 9

1. (a) Finden Sie eine Permutation der Ordnung 252 in der symmetrischen Gruppe S_{20}.

   (b) Finden Sie eine Permutation mit maximaler Ordnung in S_8.

   Hinweis: Berücksichtigen Sie den Zusammenhang zwischen der Ordnung einer Permutation und der Ordnung der Zyklen in ihrer Zyklendarstellung.

2. Sei G ein k-regulärer Graph mit n Knoten. Zeigen Sie, dass die chromatische Zahl $\chi(G)$ folgende Ungleichung erfüllt: $\chi(G) \geq \lceil \frac{n}{n-k} \rceil$.

3. Ein planarer Graph $G = (V, E)$ heißt *maximal planar*, falls für alle nicht benachbarten $u, v \in V$ in G der Graph $G = (V, E \cup \{(u, v)\})$ nicht mehr planar ist. Eine *Triangulation* der Ebene ist ein planarer Graph, in dessen planaren Einbettungen jede Fläche (auch die äußere) von einem Dreieck berandet wird. Zeigen Sie, dass für einen planaren Graphen $G = (V, E)$ folgende Aussagen äquivalent sind:

   - G ist maximal planar.
   - G ist eine Triangulation.
   - $|E| = 3|V| - 6$.

4. Wir betrachten n Geraden in der Ebene, sodass keine zwei Geraden parallel sind und keine drei Geraden durch einen gemeinsamen Punkt gehen. Sei a_n die Anzahl der Regionen in denen die Ebene durch solche n Geraden aufgeteilt wird. Stellen Sie eine rekursive Gleichung für a_n auf und lösen Sie dann die Rekursion.

5. Bestimmen Sie die erzeugende Funktion der Folge $1^3, 2^3, 3^3, \ldots (n+1)^3, \ldots$, d.h. der Folge $a_n = (1+n)^3$, $\forall n \in \mathbb{N}_0$.

   Hinweis: Die erzeugende Funktion der Folge $1^2, 2^2, 3^2, \ldots, (n+1)^2, \ldots$ ist $\frac{1+x}{(1-x)^3}$. Dieses Ergebnis wurde in den Übungen ermittelt und darf hier als Zwischenergebnis ohne Beweis verwendet werden.